

Univates - Ciências Exatas – Matemática VI

Prof. Dr. Claus Haetinger

# **-Interpolação de Dados-**

## **Interpolação Polinomial**

Eduardo Antônio Böckel

Luciane Boehm Gorgen

Marli Griebeler

Marisa Corbellini

Novembro 2006.

A seguinte tabela relaciona calor específico da água e temperatura:

Temperatura (°C)	20	25	30	35	40	45	50
Calor específico	0,99907	0,99852	0,99826	0,99818	0,99828	0,99849	0,99878

A interpolação nos ajuda a resolver problemas do tipo:

-calcular o calor específico da água a  $32,5^{\circ}\text{C}$ .

-a temperatura para a qual o calor específico é  $0,99837$ .

A necessidade de se efetuar esta substituição surge em várias situações, como por exemplo:

- c) Quando são conhecidos somente os valores numéricos da função para um conjunto de pontos é necessário calcular o valor da função em um ponto não tabelado.
- d) Quando a função em estudo tem uma expressão tal que operações como a diferenciação e a integração são difíceis (ou mesmo impossíveis) de serem realizadas.

## Conceito de interpolação:

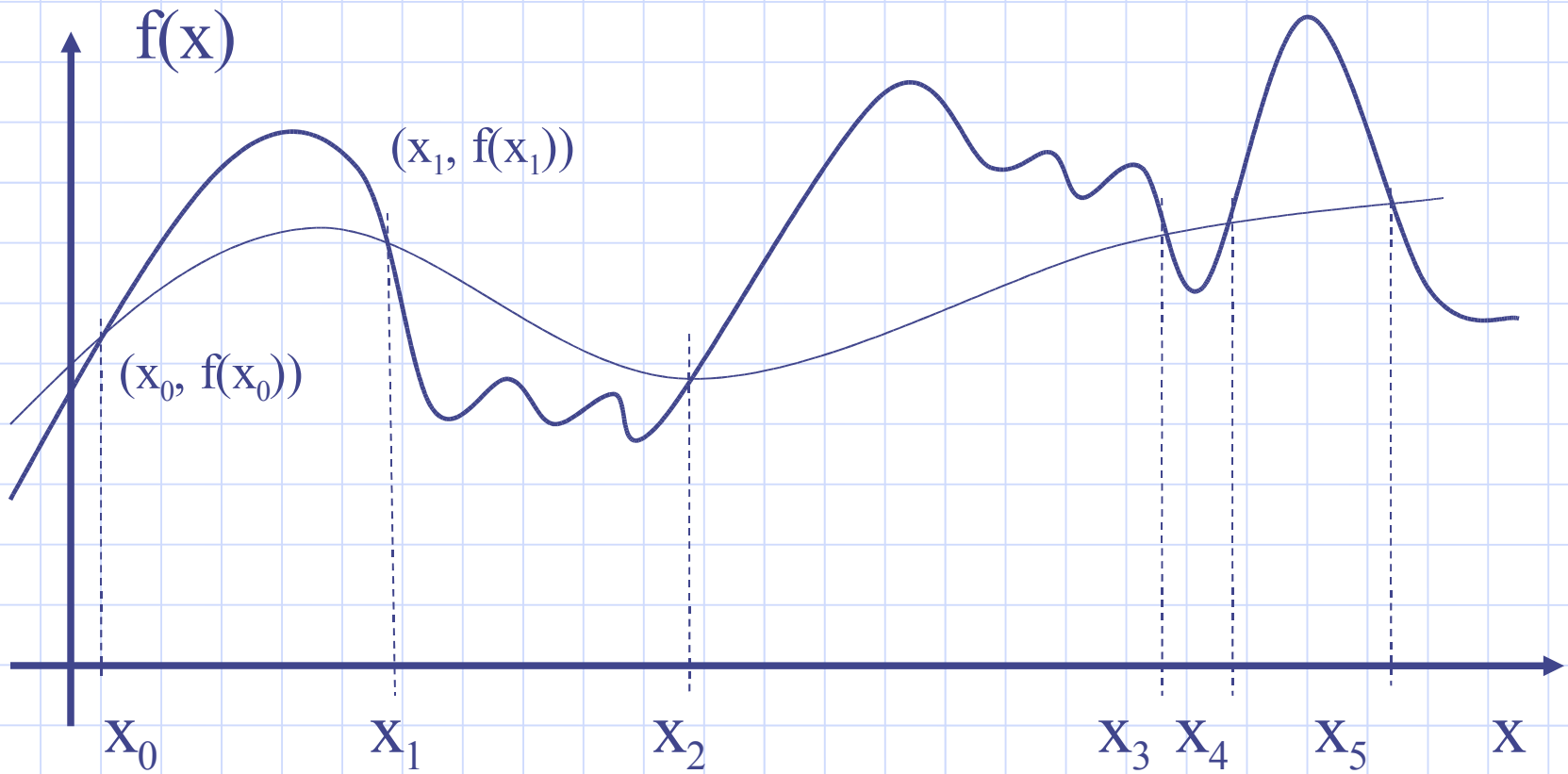
Consideremos  $(n+1)$  pontos distintos:  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , chamados *nós da interpolação*, e os valores de  $f(x)$  nesses pontos:  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ .

A forma de interpolação de  $f(x)$  que veremos a seguir consiste em se obter uma determinada função  $g(x)$  tal que:

$$\left\{ \begin{array}{l} g(x_0) = f(x_0) \\ g(x_1) = f(x_1) \\ g(x_2) = f(x_2) \\ \dots \quad \dots \\ \dots \quad \dots \\ g(x_n) = f(x_n) \end{array} \right.$$

# Graficamente:

Se  $n=5$



Neste trabalho consideramos que  $g(x)$  pertence à classe das funções polinomiais.

Observamos que:

- c) Existem outras formas de interpolação polinomial como, por exemplo, a fórmula de Taylor e a interpolação por polinômios de Hermite, para as quais as condições de interpolação são outras;
  
- e) Assim como  $g(x)$  foi escolhida entre as funções polinomiais, poderíamos ter escolhido  $g(x)$  como função racional, função trigonométrica, etc...

## Aplicação Prática

Dada a tabela com os valores de temperatura da água e seu calor específico.

Queremos encontrar o valor do calor específico para uma temperatura qualquer entre 20°C e 30°C.

	$a_0$	$a_1$	$a_2$
Temperatura (°C)	20	25	30
Calor específico	0,99907	0,99852	0,99826

## Interpolação Polinomial

$$P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n.$$

No nosso caso, teremos um polinômio de grau 2.

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x^1 + a_0.$$

Forma utilizada: Resolução do Sistema Linear.

Considerando  $P_2(x) = a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$  temos,

$$\begin{cases} P_2(x_0) = f(x_{20}) = a_0 + 20a_1 + 400a_2 = 0,99907 \\ P_2(x_1) = f(x_{25}) = a_0 + 25a_1 + 625a_2 = 0,99852 \\ P_2(x_2) = f(x_{30}) = a_0 + 30a_1 + 900a_2 = 0,99826 \end{cases}$$

Logo,

$$a_0 = 1,00417$$

$$a_1 = -0,000371$$

$$a_2 = 0,0000058$$

Finalmente, com os valores de  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$ , é possível encontrar o valor do calor específico da água entre as temperaturas utilizadas, atribuindo valores de temperatura desejados para  $x$ .

Por exemplo,

Considerando  $P_2(x) = a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$  para  $x=22^\circ\text{C}$ ,

Resultado = 0,9988152

$$a_0 = 1,00417$$

$$a_1 = -0,000371$$

$$a_2 = 0,0000058$$

Temperatura (°C)	20	22	25	30
Calor específico	0,99907	0,9988152	0,99852	0,99826

Para  $x=27^{\circ}\text{C}$ :

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$$

$$\text{Resultado} = 0,9983812$$

$$a_0 = 1,00417$$

$$a_1 = -0,000371$$

$$a_2 = 0,0000058$$



Temperatura (°C)	20	22	25	27	30
Calor específico	0,99907	0,9988152	0,99852	0,9983812	0,99826

## Outras formas possíveis de utilização:

Forma de Lagrange

Forma de Newton

Bibliografia:

Ruggiero, Márcia A. Gomes

Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais / Márcia A. Gomes Ruggiero, Vera Lúcia da Rocha Lopes – 2ª ed. – São Paulo – 1996.