

# IMPLEMENTAÇÃO DE DISCIPLINA DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS NO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

*Francisco José de Almeida<sup>1</sup>*

**Resumo** — *O presente trabalho apresenta o processo de implementação de disciplina relacionada à área do Método dos Elementos Finitos em Curso de Graduação em Engenharia Mecânica. Apresenta a proposta inicial para a disciplina, que definiu pela sua inclusão não desneho curricular do Curso, uma visão geral do projeto pedagógico do Curso, a implementação efetiva da disciplina e os resultados já obtidos após a passagem de uma primeira turma de alunos pela mesma.*

*The minimum and maximum number of pages are three and five, respectively.*

**Palavras-Chave** — *Capacitação, Método dos Elementos Finitos, Ensino*

## INTRODUÇÃO

Na engenharia do produto, há basicamente três caminhos para se resolver um problema: o método analítico, o método experimental e os métodos numéricos. O método analítico é aquele baseado em equações desenvolvidas com grande base teórica para certas situações. Para sua aplicação, deve-se proceder a uma modelagem matemática da realidade. Suas vantagens são a exatidão da resposta, para aquela modelagem e a exigência de apenas lápis e papel. A solução analítica geralmente só é disponível para problemas simples e para a sua aplicação geralmente exige hipóteses de difícil ocorrência na prática, tais como homogeneidade das características do material, isotropia e linearidade de resposta, o que se torna distante da realidade e, portanto, inexacta.

O método experimental apresenta algumas vantagens interessantes, como a alta confiança na resposta obtida e a simplificação de cálculos. Porém, também apresenta fortes desvantagens, como o alto custo da confecção de protótipos, a validade da resposta para casos específicos e o tempo consumido, o que o coloca como uma difícil opção na área acadêmica de graduação, pois qualquer alteração da forma do modelo exige a confecção de um novo modelo, com os custos relativos.

Os métodos numéricos são métodos de convergência que apresentam uma seqüência de cálculos simples, porém repetitivos. Devido a estas características, são normalmente oferecidos como softwares para execução no computador. Estes métodos simulam uma realidade e apresentam vantagens inquestionáveis, a saber: possibilidade de executar várias versões de possíveis soluções a fim de se otimizar a

resposta, rapidez na resposta, menor custo em relação aos métodos experimentais e razoável facilidade de execução. Entre esses métodos, coloca-se o Método dos Elementos Finitos, um método com grande disseminação na área da engenharia do produto, em empresas de projeto. Este método aplica-se às mais diversas áreas da engenharia, tais como análise estrutural, problemas de contato, grandes deformações, fluxo de calor ou material, ligações e uniões, ou quaisquer problemas que possam ser expressos através de equações diferenciais. Este método tem sido cada vez mais utilizado na prática, devido as suas características já citadas. Atualmente, é grande o número de softwares comerciais disponíveis, altamente profissionais.

A solução por métodos numéricos de discretização ganha assim cada vez mais terreno na área da engenharia do produto. Apesar de ser uma solução aproximada, cuja exatidão depende muito da experiência do projetista, suas características de relativo baixo custo, alta flexibilidade e disponibilidade para a resolução de praticamente qualquer tipo de problema são vantagens decisivas.

Paralelamente, o ensino da engenharia deve, como é claro, prover o aluno de graduação, com ferramentas atuais e eficientes de cálculo, para que o aluno esteja capacitado para desenvolver suas tarefas ao ingressar na vida profissional. Assim, é esperado, ou ao menos desejável, que ferramentas como o Método dos Elementos Finitos seja apresentada ao corpo discente durante seu curso de graduação.

## O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo [3], o Método dos Elementos Finitos surgiu como uma nova possibilidade para resolver problemas da teoria da elasticidade, superando as dificuldades e problemas inerentes aos métodos de Rayleigh-Ritz, Galerkin, diferenças finitas e outros. Nos dois primeiros métodos, nem sempre é fácil obter as funções aproximadoras que satisfazem as condições de contorno irregular e saber se elas se aproximam da função exata. O método das diferenças finitas, apesar de oferecer uma resposta mais rápida e exigir menor nível de recursos computacionais, apresenta grande limitação quanto à capacidade de modelagem e representação de estruturas e condições reais. O método dos elementos finitos comumente utilizado é baseado no método de Rayleigh-Ritz e prevê a divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões, denominadas elementos finitos, tornando o meio contínuo em discreto.

<sup>1</sup> Francisco José de Almeida, Universidade Metodista de Piracicaba, Rodovia Santa Bárbara d'Oeste / Iracemápolis, km 1, 13450-000, Santa Bárbara d'Oeste, SP, Brazil, falmeida@unimep.br

A essa divisão do domínio dá-se o nome de rede de elementos finitos, ou malha. A malha desse reticulado pode ser aumentada ou diminuída variando o tamanho dos elementos finitos. Os pontos de intersecção das linhas dessa rede são chamados nós. Ao invés de buscar uma função admissível que satisfaça as condições de contorno para todo o domínio, no método dos elementos finitos as funções admissíveis são definidas no domínio de cada elemento finito. Para cada elemento finito, é montado um funcional que, somado aos dos demais elementos finitos, formam o funcional para todo o domínio. Para cada elemento, a função aproximadora é formada por variáveis referidas aos nós do elemento (parâmetros nodais) e por funções denominadas de funções de forma. A condição de estacionariedade gera, como no método de Rayleigh-Ritz, um sistema de equações algébricas lineares. A solução do sistema de equações dá os valores dos parâmetros nodais que podem ser deslocamentos, forças internas, ou ambos, dependendo da formulação do método dos elementos finitos que se utiliza.

Ainda, segundo [8], o Método dos Elementos Finitos é *“simplesmente uma técnica numérica para obter uma solução aproximada de equações diferenciais, por exemplo, em problemas de campo. Ele converte as equações diferenciais que governam o processo em um conjunto de equações algébricas lineares, e o motivo de sua grande popularidade é a facilidade com que estas equações podem ser montadas e resolvidas pelo computador”*.

Segundo o mesmo autor, problemas de campo são *“problemas cuja solução passa pela solução de equações diferenciais parciais com condições de contorno apropriadas”*.

Esta consideração pode ser facilmente comprovada, com a visualização das fases do Método dos Elementos Finitos, segundo [12]:

- O contínuo é separado por linhas ou superfícies imaginárias num certo número de elementos finitos. Assume-se que os elementos são interconectados por um número discreto de pontos nodais, ou nós, situados nos seus contornos. Os deslocamentos destes pontos nodais serão as incógnitas do problema.
- Um conjunto de funções é escolhido para definir univocamente os deslocamentos internos dos elementos em função dos deslocamentos dos pontos nodais, transferindo para qualquer ponto no interior do elemento a grandeza nodal. Estas funções de deslocamento (ou funções de forma) definem univocamente o estado de deformações dentro de um elemento em termos dos deslocamentos dos pontos nodais. Estas deformações, junto com as deformações iniciais e as propriedades constitutivas do material definem o estado de tensão através do elemento e também nos seus contornos.
- Determina-se um sistema de forças concentradas nos nós que equilibrem as tensões dos contornos e as cargas distribuídas, resultando numa relação de rigidez da estrutura.

Na fase (a), denominada de Modelagem da Estrutura, procede-se a uma simplificação e posterior discretização da estrutura. O modelo não deve desprezar detalhes necessários a uma solução precisa mas também não deve conter pormenores demasiados, conforme [8]. Conforme referido anteriormente, sabe-se que a precisão da resposta é proporcional ao número de elementos em que a estrutura foi dividida, porém também é proporcional a este número o tempo de processamento em computador e a memória utilizada pelo programa de Elementos Finitos, segundo [6]. Assim deve-se achar uma posição intermediária que possibilite uma precisão de resposta suficiente juntamente com um tempo de execução admissível. A escolha do tipo e tamanho dos elementos nessas subdivisões artificiais constitui ponto importante, e depende das propriedades do elemento escolhido [2].

A fase (c) reveste-se de grande importância, como cita [12], pois são as funções de deslocamento que definem as formas possíveis que o elemento pode assumir ao deformar-se, influenciando diretamente na qualidade da resposta obtida. Quanto maior o grau das funções de deslocamento, mais as deformações da estrutura são expressas próximas do real. Uma dificuldade adicional para utilizá-las é que quanto maior este grau, maior número de nós por elemento ela pede, aumentando a quantidade de dados de entrada. Todavia, ao se utilizar elementos de ordem superior, pode-se utilizar menor número de elementos para a mesma precisão de resposta, o que pode diminuir o número de dados de entrada.

## IMPLEMENTAÇÃO DA DISCIPLINA E RESULTADOS

O Curso de Engenharia Mecânica passou recentemente por um processo de reformulação, visando oferecer um Curso mais ágil e flexível para nosso aluno, além de mais atualizado do ponto de vista de necessidade de mercado. Como necessidade de mercado deve-se entender a expectativa das empresas que absorverão nossos alunos em relação à capacitação que os mesmos deverão apresentar, para que possam desempenhar com eficiência suas funções profissionais na Engenharia Mecânica. Nesta reformulação, incluiu-se o assunto Método dos Elementos Finitos em uma disciplina regular do curso, denominada Resistência dos Materiais III, dentro do sétimo semestre do Curso, conforme ementa apresentada na tabela 1.

TABELA I

### EMENTA DA DISCIPLINA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS III

---

Casos especiais de solicitação: cargas com posição variável, flexão de barras curvas. Energia de deformação: impacto. Teoremas de Maxwell e de Castigliano: cálculo hiperestático, deslocamentos em estruturas. Treliça plana. Métodos numéricos computacionais.

---

Esta reformulação baseou-se, além da expectativa do mercado, conforme já colocado, também na nova Lei de Diretrizes e Bases para a Educação - LDB - e nas Diretrizes Curriculares para os Cursos de Engenharia Mecânica. Como

exemplo desta nova filosofia, pode-se referir à Portaria SESu/MEC nº 146/98, que gerou as Diretrizes Curriculares para Cursos de Engenharia, e que em seu Artigo 1º, Parágrafo Único, cita que *“Faz parte do perfil do egresso de um Curso de Engenharia, a ser garantido por seu Currículo, a postura de permanente busca da atualização profissional”*

Ainda na mesma Portaria, em seu Artigo 8º, verifica-se que define-se como um dos conteúdos a ser coberto pelos currículos, na área de informática *“Aplicações de engenharia auxiliada por computadores”* e, em seu Parágrafo Único encontra-se que *“Nos conteúdos de Física, Química e Informática, é obrigatória a existência de atividades de laboratório”*. Finalmente, o Artigo 9º da mesma Portaria inclui nos Conteúdos Profissionalizantes dos Cursos de Engenharia o assunto *“Métodos Numéricos”*.

Desta forma, garante-se que o atual Desenho Curricular do Curso de Engenharia Mecânica vem ao encontro tanto dos anseios das empresas e dos nossos alunos, bem como das exigências e sinalizações da Política Educacional Brasileira.

Antes de cursar a disciplina Resistência dos Materiais III, o aluno têm duas disciplinas, Resistência dos Materiais I e Resistência dos Materiais II, em que veem toda a teoria relacionada. Nestas duas disciplinas, o aluno é instado a notar que a aplicação de métodos de resolução analíticos não é muito eficiente em alguns casos, seja pela complexidade de cálculo exigida, seja pela imprecisão dos resultados obtidos através destes métodos, devido às simplificações que devem ser feitas para se possibilitar a resolução. Exemplos muito claros deste fato são a análise de estruturas com mais de um grau de hiperestaticidade, de estruturas com mais de um material envolvido na sua confecção e de estruturas com seção transversal variável ao longo de seu comprimento. Todos estes casos são largamente encontrados pelo Engenheiro no seu dia-a-dia profissional e, até então, apresentam-se sem uma boa solução. Quando o aluno chega na disciplina Resistência dos Materiais III, ele *“descobre”* a solução por simulação numérica - o Método dos Elementos Finitos - e, como já tem a base conceitual necessária de Resistência dos Materiais, de um lado é impelido a usar este Método de Análise pela maior facilidade na obtenção de uma boa resposta que o mesmo apresenta - já que não é mais necessário se efetuar cálculos matemáticos complicados -, de outro pela facilidade de assimilação dos conceitos de Elementos Finitos, já que a base em Resistência dos Materiais e em Cálculo Numérico que ele traz é boa.

A disciplina se desenvolve em vinte semanas de aula, com duas horas-aula em laboratório, utilizando o software ANSYS, e mais três horas-aula em sala de aula, quando o aluno recebe os conceitos faltantes e traça um paralelo interessante entre o método analítico de resolução e o método de simulação numérica, para problemas semelhantes. A parte de laboratório cobre um curso introdutório de ANSYS, envolvendo especificamente: (a) modelamento sólido top-down e bottom-up, (b) geração do modelo para FEA, com definição de elementos e densidade

da malha; (c) definição de material, (d) aplicação de carregamentos e condições de contorno, (e) escolha e execução do solver, e (f) pós-processamento, com geração de relatórios.

A opção pelo software ANSYS para a implementação da disciplina tem duas razões. Como é sabido, o ANSYS é um dos líderes de mercado na sua área de atuação, qual seja a análise pelo Método dos Elementos Finitos, método e técnica empregada cada vez mais largamente nas indústrias metal-mecânicas do país, nicho de trabalho usual para nossos alunos. A segunda razão é a política educacional da ANSYS CO., que se interessa em facilitar a aquisição do seu software por Instituições de Ensino, o que facilita a apresentação das justificativas exigidas pelos órgãos gerenciais dessas Instituições de Ensino. Este software foi adquirido legalmente pela Escola, através de licença anual renovável, e além de ser utilizado em disciplina regular do curso de Engenharia Mecânica, também o é em atividades extra-curriculares, sendo um dos diferenciais do Curso em relação aos seus concorrentes.

O aluno realiza duas provas específicas de ANSYS durante o semestre letivo, além da oportunidade de uma prova substitutiva, e sai capacitado a realizar modelagens em sólido simples, aplicar vários tipos de solicitações, limitadas à análise estrutural mecânica, e várias condições de contorno, aprendendo a considerar a influência do tipo de solicitações e fixações na resposta que se obtém do problema, fornecida pelo software. Constantemente, ele é instado a traçar um paralelo entre a aplicação do software e os conceitos inerentes à área como, por exemplo, relacionando a resposta do software em relação ao tipo de carga aplicada - pontual e distribuída - com o Princípio de Saint Venant.

Capacita-se também o aluno a analisar o problema modelado e optar pelo tipo correto de elemento e pela densidade de malha mais efetiva visando um cálculo confiável e rápido, dentro do possível. Claro que não se exige, ou espera, do aluno um conhecimento a nível de especialista neste assunto, porém ele tem a base suficiente para poder se desenvolver por si só se e quando necessário na sua vida profissional.

A análise dos resultados fornecidos pelo computador é, na verdade, o único ponto realmente novo para o aluno do Curso, uma vez que a modelagem da peça utilizando álgebra booleana já é domínio dele, pois o Desenho Curricular conta com uma disciplina de Desenho Auxiliado por Computador, onde o aluno utiliza um software de CAD 3D real, no caso o Solid Edge, que se utiliza seguidamente da álgebra booleana para o desenvolvimento da peça a ser desenhada, além de já treinar no aluno o raciocínio em três dimensões.

Como se sabe, o uso de modelagem 3D no ANSYS exige uma maior capacidade de processamento do computador, o que traz algumas dificuldades para o transcorrer da disciplina. Porém, estas dificuldades são amplamente compensadas pelo maior desenvolvimento da visão de *“projetista”* do nosso aluno, já que ele é obrigado a

pensar seguidamente como se a peça estivesse no mundo real, em três dimensões.

Nesta primeira implementação, em disciplinas oferecidas no turno diurno e noturno, envolveram-se oitenta alunos. As respostas que estes alunos trazem para a Escola são de satisfação por terem tido oportunidade de acesso a uma ferramenta atual e cada vez mais utilizada pelas empresas, possibilitando um incremento em suas qualificações profissionais que, por sua vez, facilitam a inclusão dos mesmos no mercado de trabalho, bem como de comprovação da seriedade da política educacional do Curso de Engenharia Mecânica, uma vez que é a única Escola não governamental da região de Piracicaba, interior de São Paulo, que oferece esta capacitação ao graduando.

As figuras 1 a 4 apresentam alguns dos trabalhos desenvolvidos pela alunos da disciplina Resistência dos Materiais III durante as aulas e exemplificam o nível de aprofundamento e qualificação que os alunos passam a contar após o término da referida disciplina.

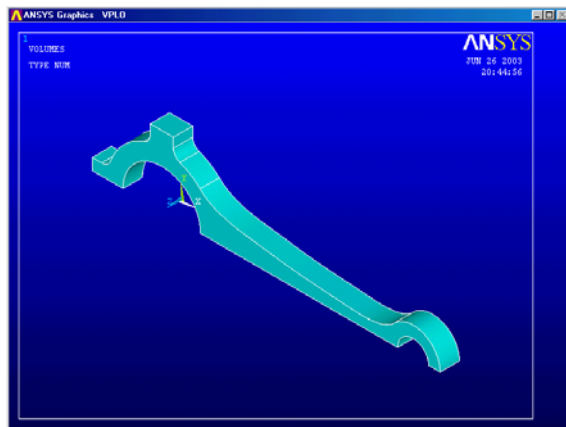


FIGURA 1  
MODELAGEM DA PEÇA.

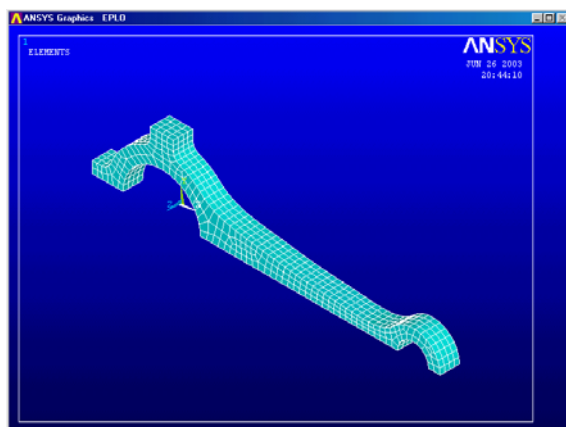


FIGURA 2  
GERAÇÃO DA MALHA NA PEÇA.

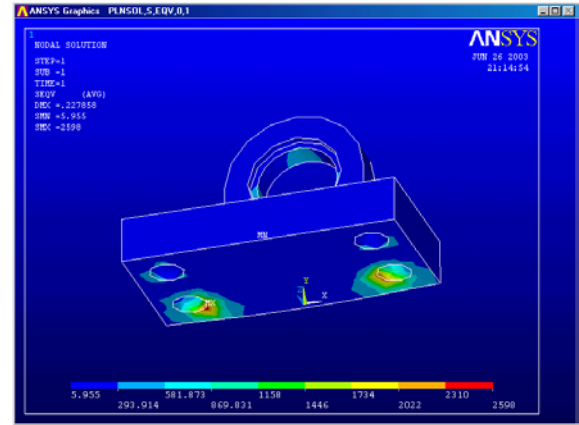


FIGURA 3  
ANÁLISE DE RESULTADOS - TENSÕES.

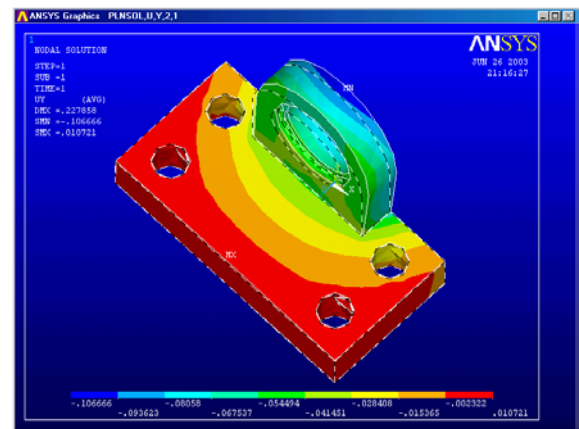


FIGURA 2  
ANÁLISE DE RESULTADOS - DESLOCAMENTOS.

## CONCLUSÃO

Pode-se observar que a proposta apresentada pelo Curso de Engenharia Mecânica, ao reformular seu Desenho Curricular, no que diz respeito à atualização dos conhecimentos transmitidos e à satisfação do aluno foi com base no exposto acima, amplamente satisfatória. Com a inclusão de uma disciplina regular que trata do Método dos Elementos Finitos, uma ferramenta cada vez mais largamente utilizada pelas empresas em todo o mundo e, especificamente, na região onde se localiza a Escola, o Curso passa a oferecer um diferencial ao aluno formado que o capacita a atuar com maior desenvoltura nas indústrias metal-mecânicas, na área da Engenharia Mecânica, em relação a todos os demais Cursos semelhantes da região.

O uso do software ANSYS vem demonstrando aplicabilidade e propriedade bem compatíveis com os objetivos primordiais do Curso, ao possibilitar um treinamento eficiente ao futuro engenheiro, bem como facilitando o acesso da Escola e, por conseguinte, do

graduando, a um programa completo e utilizado, o que é ainda mais importante, por grande parte das empresas que já lançam mão deste método de cálculo. Este fato permite que o nosso aluno, ao sair da Escola, tenha mais possibilidade de encontrar na empresa em que irá atuar profissionalmente o mesmo ambiente - ferramenta - utilizado e aprendido na Escola.

Percepe-se que pequenas correções de rota são necessárias para a implementação final e completa da disciplina curricular, que deverão ser realizadas proximamente, ouvidos todos os envolvidos e com a seriedade devida. Porém, já se observam respostas altamente favoráveis a esta implementação até então realizada, tanto do ponto de vista do aluno quanto da Instituição. Espera-se que os resultados deste trabalho junto às empresas seja proximamente igualmente verificado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Almeida, F.J., *Projeto e Implementação de Pré/Pós Processador Gráfico para Exibir Tensões Calculadas pelo Método dos Elementos Finitos*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1992. Dissertação.
- [2] Almeida, F.J., *Projeto e Implementação de Pré/Pós Processador Gráfico para Exibir Tensões Calculadas pelo Método dos Elementos Finitos*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1992. Dissertação.
- [3] Alves Filho, A., *Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE*, São Paulo, Editora Érica, 2000.
- [4] Assan, A.E., *Método dos Elementos Finitos: primeiros passos*. Campinas, Editora da Unicamp, 1999.
- [5] Courant, R., "Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations", *Bulletin of American Mathematic Society*, Vol 49, 1943, pp1-23.
- [6] Ferrante, A.J., "The Finite Element Method", *The Finite Element Technique*, Porto Alegre, Editora da URGs, 1975.
- [7] Hinton, E., Owen, D.R.J., *Finite Element Programming*. London, Academic Press, 1977.
- [8] Livesley, R.K., *Finite Elements: an introduction for engineers*. Cambridge, Cambridge University Press, 1983.
- [9] Melosh, R.J., "Basis for Derivation of Matrices for the Direct Stiffness Method", *ALAA Journal*, Vol 1, No 7, 1963, pp 1631-1637.
- [10] Rao, S.S., *The Finite Element Method in Engineering*. Oxford, Pergamon Press, 1989.
- [11] Turner, M.J., Clough, R.W., Martin, H.C., Topp, L.J., "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures", *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol 23, No 9, 1956, pp 805-823.
- [12] Zienkiewicz, O.C., "The Finite Element Method: from intuition to generality", *Applied Mechanics Reviews*, Vol 23, No 3, 1970, pp 249-256.