

SOFTWARES MATEMÁTICOS E A DISCIPLINA DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA: UMA ABORDAGEM MENOS TRAUMÁTICA DO ESTUDO DE HARMÔNICOS.

Wagner Camisão de Souza¹

Resumo – Uma das grandes dificuldades dos estudantes de Engenharia Elétrica, especialmente dos que buscam ênfase em Eletrônica de Potência, é associar os conceitos matemáticos da Análise de Fourier com as grandezas, geralmente correntes, envolvidas no estudo dos harmônicos gerados pelas – hoje comuns – cargas não lineares.

Uma razão para isso pode estar no fato de que, na maior parte dos casos, a disciplina que trata das teorias de Fourier ser ministrada por docentes mais identificados com a Matemática, com pouca ou nenhuma visão de aplicação prática do assunto. Isso, aliado à complexidade dos cálculos envolvidos, afasta o aluno de Eletrônica de Potência das aplicações de engenharia para essa importante ferramenta.

Este trabalho apresenta uma forma de abordagem do tema “harmônicos em sistemas eletrônicos de potência” que tem por objetivo minimizar o trauma que a teoria de Fourier impõe à grande maioria dos estudantes.

Palavras-chaves — Eletrônica de potência, espectro, harmônicos, retificadores.

I – INTRODUÇÃO

Uma das disciplinas mais pesadas, do ponto de vista do envolvimento matemático, num curso de Engenharia Elétrica é, sem dúvida, a Análise de Fourier. E muitos estudantes passam por ela sem conseguir estabelecer a necessária conexão entre o que é visto lá e as aplicações práticas desta teoria no estudo dos efeitos de cargas não lineares nos sistemas elétricos.

A disciplina de Eletrônica de Potência, conforme conduzida em alguns cursos de Engenharia, procura focar, além dos pontos inerentes ao assunto, a análise harmônica a partir das formas de onda das correntes de entrada de conversores – geralmente retificadores – estáticos.

Neste trabalho trata-se de uma forma de abordagem do tema “harmônicos impostos à rede elétrica pelos retificadores”, que emprega recursos de software para gerar as formas de onda das correntes de entrada (e também das tensões de saída) dos conversores a serem estudados.

Embora qualquer uma das ferramentas de software para Matemática disponíveis possa ser empregada, este trabalho utiliza o *MatLab*®.

Os principais parâmetros de performance calculados a partir da forma de onda de corrente gerada para cada tipo de retificador estudado, são:

- Valor eficaz da forma de onda da corrente de entrada;
- espectro de magnitude da forma de onda da corrente de entrada;
- fator de distorção da corrente de entrada;
- distorção harmônica total (DHT) da corrente de entrada;
- fator de potência do conversor.

Gerando-se também a forma de onda da tensão de saída, pode-se calcular:

- Espectro da tensão sobre a carga;
- valor médio da tensão de saída (nível CC);
- valor eficaz da tensão de saída
- fator de ondulação da tensão de saída (antes da filtragem);

II – ESTRUTURA MÍNIMA DO PROGRAMA

A função do programa (ou *script*) do *MatLab*® é gerar as formas de onda, calcular as grandezas envolvidas e determinar seus espectros.

Deve ser notado que, para que o programa seja escrito, a operação do conversor e, por conseqüência, suas formas de onda características devem ser bem conhecidas pelos alunos. Não se trata, portanto, de simulação.

A geração das formas de onda envolvem a implementação da base de tempo e dos comandos que resultam nos sinais no tempo. Note-se que, sendo o *MatLab* um sistema computacional, todo o processo é discreto. As formas de onda, por exemplo, são meras listas de valores armazenados em vetores. Com isto, os cálculos dos parâmetros das formas de onda utilizam apenas matemática discreta, conhecimento que os estudantes que chegam à disciplina de Eletrônica de Potência, já deverão ter adquirido.

O passo seguinte é a determinação do espectro das formas de onda até a k-ésima componente. A ordem máxima do espectro a ser apresentado pode ser uma variável do programa, que será aumentada ou reduzida em função da

¹ Wagner Camisão de Souza, Instituto Nacional de Telecomunicações, Av. João de Camargo, 510, 37.540-000, Santa Rita do Sapucaí, MG, camisao@inatel.br

necessidade de se conhecerem as componentes de frequências mais elevadas.

O espectro obtido desta forma é, na realidade, uma amostragem do gráfico da transformada de Fourier, calculada pela *FFT – Fast Fourier Transform*.

A partir dessa estrutura mínima, podem ser adicionadas sofisticções, dependendo apenas do nível do conhecimento de que se dispõe da linguagem de programação e/ou recursos gráficos do software empregado.

III – APLICAÇÕES

A seguir, apresentam-se dois exemplos empregando um retificador não controlado e um controlado mais simples que permitam enfatizar o método. Primeiramente, são apresentadas as equações obtidas analiticamente e seus resultados. Depois, os mesmos dados são processados pelo programa em *MatLab®* para comparação.

Retificador em ponte monofásica não controlada com carga indutiva.

A Figura 1 mostra o diagrama elétrico de um retificador em ponte monofásica não controlado com carga indutiva. Na Figura 2, é apresentada a forma de onda da tensão sobre a carga (u_d) e da corrente de entrada do conversor (i_2). Ambos os espectros são de interesse para fins de cálculo dos filtros, tanto o de saída (para a carga), quanto o de entrada (para a rede elétrica).

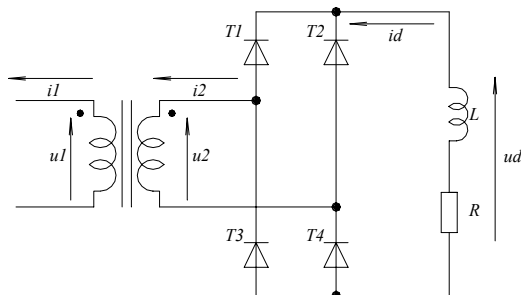


FIGURA. 1

RETIFICADOR EM PONTE MONOFÁSICA NÃO CONTROLADO COM CARGA INDUTIVA

As formas de onda foram geradas para valores de pico e valores máximos unitários. A partir delas chega-se às expressões para as grandezas relacionadas à tensão sobre a carga.

Por uma questão de simplificação, toma-se a equação de u_2 como uma senóide (o rigor matemático recomendaria o uso da função *coseno*).

$$u_2 = \sqrt{2}U_2 \text{ sen } \omega t \quad (1)$$

onde

U_2 - Valor eficaz da tensão do secundário do transformador.

Na Figura 2, $\sqrt{2}U_2 = 1$.

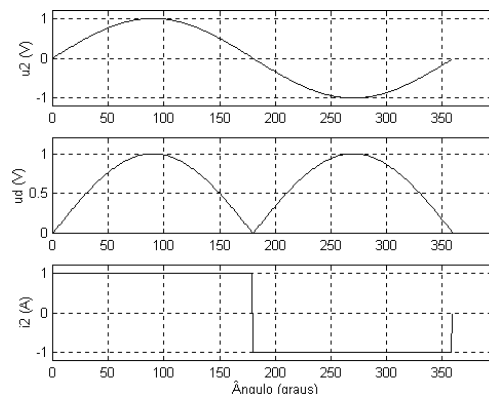


FIGURA. 2
FORMAS DE ONDA DAS TENSÕES E CORRENTES DO RETIFICADOR DA FIGURA 1

Parâmetros da tensão de saída

- Valor médio da tensão sobre a carga

$$\overline{U_d} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \sqrt{2}U_2 \text{ sen } \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}U_2}{\pi} \quad (2)$$

- Valor eficaz da tensão sobre a carga

$$U_d = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\int_0^\pi \sqrt{2}U_2 \text{ sen } \omega t \right)^2 d\omega t} = U_2 \quad (3)$$

- Espectro da tensão u_d

Em se tratando de uma função par,

$$b_n = 0 \quad (4)$$

$$a_n = \frac{-2(1 + \cos n\pi)}{\pi(n^2 - 1)}, \text{ para } n \neq 1 \quad (5)$$

$$a_1 = 0 \quad (6)$$

Então,

$$u_d = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{3} + \frac{\cos 4\omega t}{15} + \frac{\cos 6\omega t}{35} + \dots \right) \quad (7)$$

Parâmetros da corrente de entrada

Em se tratando de um retificador de onda completa, o nível CC da corrente de entrada é nulo.

- Valor eficaz da corrente i_2

Neste tipo de retificador, o valor máximo desta corrente é igual ao valor da corrente alisada da carga, \overline{Id} . Neste caso, feita unitária.

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \times 2 \int_0^\pi d\omega} = 1 \quad (8)$$

- Espectro da corrente i_2

Sendo a forma de onda de i_2 uma função ímpar,

$$a_n = 0 \quad (9)$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi} \times 2 \int_0^\pi \text{sen } n\omega t d\omega = \frac{2}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \quad (10)$$

e,

$$i_2 = \frac{4}{\pi} \text{sen } \omega t + \frac{4}{3\pi} \text{sen } 3\omega t + \frac{4}{5\pi} \text{sen } 5\omega t + \dots \quad (11)$$

- Fator de distorção da corrente de entrada

Define-se o fator de distorção como sendo a relação entre o valor eficaz da componente fundamental da corrente de entrada e o valor eficaz total da corrente de entrada. Neste caso, tem-se

$$FD_i = \frac{I_{2(1)}}{I_2} = \frac{4}{\pi\sqrt{2} \times 1} = 0,9 \quad (12)$$

- Fator de deslocamento

O fator de deslocamento é definido como sendo o coseno do ângulo de fase entre a componente fundamental da corrente de entrada e a tensão que supre o conversor. Esse ângulo é dado por (a inversão no argumento da tangente corrige o erro gerado pelo equacionamento geral pelo *seno* e não *coseno*).

$$\varphi_{(1)} = \text{tg}^{-1} \left(\frac{a_1}{b_1} \right) \quad (13)$$

Num retificador não controlado $\varphi_{(1)} = 0$. Portanto,

$$FD = \cos \varphi_{(1)} = 1 \quad (14)$$

- Fator de potência do conversor

Num sistema não linear, o fator de potência é dado por

$$FP = FD_i \times FD = \frac{I_{2(1)}}{I_2} \times \cos \varphi_{(1)} \quad (15)$$

Substituindo os valores, vem

$$FP = 0,9 \quad (16)$$

- Distorção harmônica da corrente i_2

A DHT é definida em termos dos valores eficazes da componente fundamental e total da corrente de entrada.

$$DHT = \sqrt{\left(\frac{I_2}{I_{2(1)}} \right)^2 - 1} = \sqrt{\left(\frac{1}{0,9} \right)^2 - 1} = 0,48 \quad (17)$$

Retificador em ponte monofásica controlada com carga indutiva e diodo de retorno.

A Figura 3 apresenta o diagrama elétrico da mesma configuração de retificador, porém controlada por meio de tiristores convencionais.

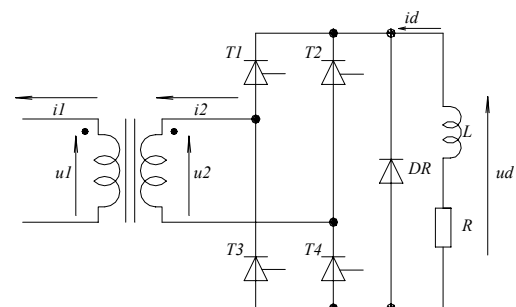


FIGURA. 3

RETIFICADOR EM PONTE MONOFÁSICA CONTROLADA, CARGA INDUTIVA.

Na Figura 4, as formas de onda resultantes para um ângulo de disparo de 30° .

As expressões deduzidas anteriormente, devem ser redefinidas para serem apresentadas em função do ângulo de disparo, representado aqui por α .

Parâmetros da tensão de saída

- Valor médio da tensão u_d

$$\overline{u_d} = \frac{1}{\pi} \int \sqrt{2} U_2 \text{sen } \omega t d\omega = \frac{\sqrt{2} U_2}{\pi} (1 + \cos \alpha) \quad (18)$$

Para os valores adotados,

$$\overline{U_d} = \frac{(1 + \cos \alpha)}{\pi} \quad (19)$$

- Valor eficaz da tensão u_d

$$U_d = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}U_2 \sin \omega t)^2 d\omega t} \quad (20)$$

$$U_d = U_2 \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}} \quad (21)$$

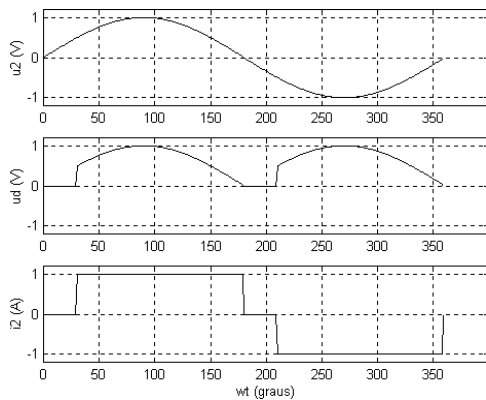


FIGURA. 4

FORMAS DE ONDA DA TENSÃO DE SAÍDA E DA CORRENTE DE ENTRADA DO RETIFICADOR DA FIGURA 3

- Espectro da tensão u_d

$$a_n = -\frac{2}{\pi} \left(\frac{\cos n\pi + \cos \alpha \cos n\alpha}{n^2 - 1} \right) \quad (22)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(1+n)\alpha}{(1+n)} - \frac{\sin(1-n)\alpha}{(1-n)} \right] \quad (23)$$

Ambas expressões válidas para n par. Os termos de Fourier se tornam dependentes do ângulo de disparo conforme (22) e (23).

Parâmetros da corrente de entrada

- Valor eficaz da corrente i_2

$$I_2 = \sqrt{2 \times \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} d\omega t} = \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi}} \quad (24)$$

- Espectro da corrente i_2

Os termos de Fourier dependem do ângulo de disparo, na forma:

$$a_n = \frac{1}{n\pi} [\sin n(\pi + \alpha) - \sin n\alpha] \quad (25)$$

$$b_n = \frac{1}{n\pi} [1 + \cos n\alpha - \cos n\pi - \cos n(\pi + \alpha)] \quad (26)$$

- Fator de distorção da corrente i_2

O valor eficaz da componente fundamental da corrente é

$$I_{2(1)} = \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\overline{I_d}}{\pi} \sqrt{1 + \cos \alpha} \quad (27)$$

Dividindo-se (27) por (24), obtém-se

$$FD_i = 1,13 \times \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{\pi - \alpha}} \quad (28)$$

- Fator de deslocamento da corrente de i_2

Fazendo $n = 1$, dividindo-se (25) por (26) e levando em (13), obtém-se

$$FD = \cos \varphi_{(1)} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (29)$$

- Fator de potência do conversor

$$FP = 1,13 \times \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{\pi - \alpha}} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (30)$$

- Distorção harmônica da corrente i_2

$$DHT = \sqrt{\frac{0,785(\pi - \alpha)}{1 + \cos \alpha}} - 1 \quad (31)$$

Comparação dos resultados analíticos com os obtidos pelo MatLab®

Note-se que as formas de onda das Figuras 2 e 4 foram geradas pelo *script* cujos resultados serão verificados em seguida.

Ponte não controlada

TABELA I

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS ANALÍTICO E SOFTWARE

Parâmetro	Res. analítico	Res. software
Valor médio de ud	0,6366	0,6366
Valor eficaz de ud	0,7071	0,7071
Espectro de ud	Ver (7)	Ver Figura 5
Valor eficaz de i_2	1	0,9986
V eficaz da comp fundamental	0,9003	0,9003
Espectro de i_2	Ver (11)	Ver Figura 6
Fator de distorção	0,9003	0,9016
Fator de deslocamento	1	0,9999
DHT	0,4834	0,4799

Ponte controlada

TABELA II

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS ANALÍTICO E SOFTWARE PARA $\alpha = 30^\circ$

Parâmetro	Res. analítico	Res. software
Valor médio de ud	0,5940	0,5953
Valor eficaz de ud	0,6968	0,6973
Espectro de ud	Ver (22) e (23)	Ver Figura 7
Valor eficaz de i_2	0,9129	0,9113
V eficaz da comp fundamental	0,8696	0,8686
Espectro de i_2	Ver (25) e (26)	Ver Figura 8
Fator de distorção	0,9540	0,9531
Fator de deslocamento	0,9659	0,9692
DHT	0,3195	0,3175

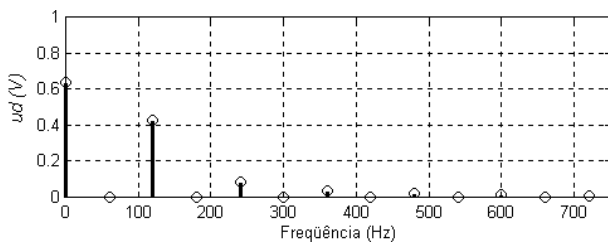


FIGURA 5

ESPECTRO DA TENSÃO DE SAÍDA DO RETIFICADOR EM PONTE MONOFÁSICA NÃO CONTROLADA

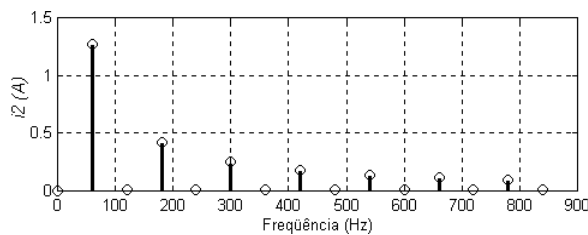


FIGURA 6

ESPECTRO DA CORRENTE DE ENTRADA DO RETIFICADOR EM PONTE MONOFÁSICA NÃO CONTROLADA

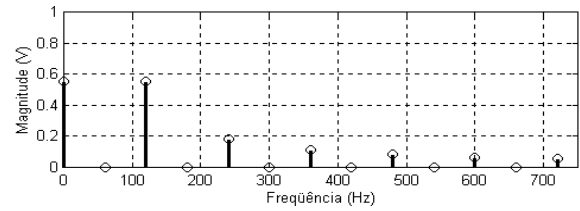


FIGURA 7

ESPECTRO DA TENSÃO DE SAÍDA DO RETIFICADOR EM PONTE MONOFÁSICA CONTROLADA, PARA UM ÂNGULO DE DISPARO DE 30°

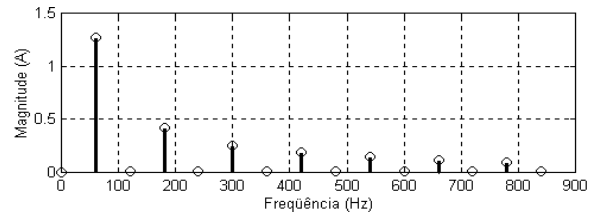


FIGURA 8

ESPECTRO DA CORRENTE DE ENTRADA DO RETIFICADOR EM PONTE MONOFÁSICA CONTROLADA, PARA UM ÂNGULO DE DISPARO DE 30°

IV – CONCLUSÃO

Apresentou-se neste trabalho uma maneira simples de se estudar o comportamento do espectro das formas de onda das correntes de entrada de retificadores. O emprego de softwares matemáticos evita que o estudante perca tempo em cálculos - se concentrando mais no estudo do funcionamento dos circuitos -, a cada vez que deseja conhecer a mudança no espectro em função - por exemplo - da mudança do ângulo de disparo.

V – REFERÊNCIAS

[1] Rashid, Muhammad H. "Power Electronics– Circuits, Devices, and Applications", 2nd Edition – New York, Prentice Hall.