

# MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM NOS CURSOS SUPERIORES DE TECNOLOGIA

Elaine C. Ferruzzi<sup>1</sup>, Mirian B. Gonçalves<sup>2</sup>, Janete Hruschka<sup>3</sup>, Lourdes M. W. de Almeida<sup>4</sup>

*Resumo. Considerando alguns argumentos que justificam a utilização da Modelagem Matemática no ensino, investigamos seu uso como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral em um Curso Superior de Tecnologia. Com o objetivo de formar profissionais capazes de solucionar problemas e analisar de forma crítica os resultados, procuramos alternativas pedagógicas e encontramos referências à Modelagem Matemática. A Modelagem Matemática procura traduzir situações reais para a linguagem matemática, utilizando-se para isso estudo e conhecimento da situação física e o conhecimento matemático. A análise dos resultados obtidos indicou que mesmo em um curso regular com limitações de tempo e conteúdo programático, o uso da Modelagem Matemática no ensino revela-se uma alternativa viável e eficaz para o ensino de Cálculo nos Cursos Superiores de Tecnologia.*

*Palavras chave* — ensino tecnológico, modelagem matemática.

## INTRODUÇÃO

A possibilidade de romper com o isolamento que se observa na escola em relação ao mundo que a rodeia é uma expectativa cada vez mais almejada. O insucesso de alguns alunos é freqüentemente atribuído aos métodos pedagógicos inadequados que reduzem a motivação dos alunos e em pouco contribuem para a aprendizagem.

É consenso que a Matemática e em especial o Cálculo Diferencial e Integral é componente importante nos Cursos Superiores de Tecnologia. Entretanto, apesar de muitas inovações realizadas, esta disciplina geralmente é tratada de forma independente daquelas específicas da área, sendo a ênfase dada às técnicas de resolução. “Ensina-se uma matemática perfeita, exata e inflexível: os teoremas, as fórmulas, o raciocínio encadeado e os resultados incontestáveis” [13], no entanto, observamos que este modelo de ensino pode não oportunizar ao aluno a percepção da utilidade dos conceitos matemáticos em sua vida profissional.

Diante disto, pesquisadores da área sugerem mudanças, as quais estão relacionadas não somente com os conteúdos a serem ensinados, mas com os métodos utilizados nos processos de ensino e aprendizagem.

Nossa preocupação com o ensino do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de

Tecnologia do CEFET-Pr nos levou a desenvolver esta pesquisa, propondo uma alternativa para o ensino, que aponte para um direcionamento epistemológico diferenciado do modelo predominante, oferecendo um ensino sincronizado com os objetivos do curso e a realidade do mercado de trabalho.

Estes cursos possuem ênfase na formação do profissional como cidadão, enfocando o trabalho com projetos, o trabalho em equipe e a integração da vida acadêmica com a vida profissional. A formação do tecnólogo visa um profissional com capacidade de criar, inventar e projetar soluções para problemas encontrados no dia-a-dia.

Para que o ensino do Cálculo conduza a uma aprendizagem eficiente, assimilando conceitos, visualizando suas aplicações e solucionando problemas, é necessário que os métodos pedagógicos não visem a memorização de procedimentos mas que oportunizem ao estudante usar as ferramentas matemáticas adequadas para solucionar problemas do seu cotidiano.

Pesquisas nos mostram que uma forma de buscar relações da Matemática com a realidade podem ser as atividades de Modelagem Matemática.

## MODELAGEM MATEMÁTICA

Com o auxílio da matemática o homem utiliza representações que são capazes de explicar e interpretar fenômenos em estudo. A estas representações damos o nome de *modelo*.

O uso da Matemática como linguagem simbólica conduz a uma representação da situação problema em termos matemáticos. Um modelo matemático pode ser entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representa uma situação, um fenômeno ou um objeto real a ser estudado. Os modelos matemáticos podem ser expressos através de gráficos, tabelas, equações, sistemas de equações, etc. [2] e [4].

Por outro lado, um conjunto de regras e procedimentos que guiam o modelador na obtenção de um modelo matemático que represente um problema extra-matemático, utilizando-se para isso técnicas matemáticas, conhecimentos científicos, experiência e criatividade é o que denominamos *Modelagem Matemática*.

A Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na

<sup>1</sup> Elaine Cristina Ferruzzi, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, (43) 524 15 45. Cornélio Procópio, Pr, Brasil. elaineferruzzi@cp.cefetpr.br

<sup>2</sup> Mirian Buss Gonçalves, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis- SC mirian@mtm.ufsc.br.

<sup>3</sup> Janete Hruschka, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, janete@cp.cefetpr.br

<sup>4</sup> Lourdes Maria W. de Almeida, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Pr, Brasil, Lourdes@uel.br

linguagem do mundo real” [2]. Ela permite a realização de previsões e tendências e é eficiente a partir do momento que tomamos consciência de que estamos trabalhando sobre representações de um sistema ou parte dele. É um processo dinâmico, onde, partindo-se de um problema real, associado a um conjunto de hipóteses, é obtido um modelo que forneça possíveis soluções para o problema.

Como método de pesquisa, tem uma orientação metodológica a ser seguida. Neste sentido, foram elaborados diferentes esquemas visando descrever as etapas pertinentes a um processo de Modelagem Matemática. Um esquema encontrado com frequência na literatura é composto pelas seguintes etapas:

- **Definição do problema:** a partir de uma situação real é identificado o problema a ser estudado. Em seguida deve-se obter os dados necessários para sua solução.
- **Simplificação e formulação de hipóteses:** Os dados são examinados e selecionados de modo que preservem as características do problema, isto é, é feita uma simplificação.
- **Dedução do modelo matemático:** Nesta etapa substitui-se a linguagem em que se encontra o problema para uma linguagem matemática coerente.
- **Resolução do problema matemático:** é a fase em que, utilizando-se recursos da Matemática, procura-se uma solução do problema matemático formulado.
- **Validação:** é a fase em que a aceitação do modelo encontrado é analisada. Assim, os dados reais são comparados com os dados fornecidos pelo modelo. Caso o modelo seja considerado não válido, deve-se retornar à formulação de hipóteses e simplificações e reiniciar o processo.
- **Aplicação do modelo:** Caso seja considerado válido, o mesmo é utilizado para compreender, explicar, analisar, prever ou decidir sobre a realidade em estudo. Esta é a fase que possibilita o intervir, o exercitar, o manejar situações associadas ao problema. Estas etapas não representam uma prescrição rigorosa, mas constitui uma seqüência de procedimentos norteadores que podem proporcionar maior êxito no estudo de problemas por meio da Modelagem Matemática.

#### MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Embora seja alicerçada na Matemática Aplicada, na Educação Matemática a modelagem assume perspectivas distintas. A sua aplicação no contexto escolar conduz a algumas mudanças quanto à organização dos trabalhos e quanto aos objetivos da utilização.

A essência de um processo de Modelagem consiste na transposição de um problema real para um universo matemático. No entanto, quando o processo de construção e utilização de modelos se desenvolve em sala de aula, deve-se atribuir atenção especial ao cenário pedagógico, isto é, as questões relativas ao ensino e à Matemática do currículo escolar ocupam um lugar de destaque.

A Modelagem matemática tem sido reconhecida como uma alternativa pedagógica na condução do processo de ensino e aprendizagem em cursos regulares submetidos a programas e cronogramas preestabelecidos. [1] à [4] e [8].

Entre os argumentos que têm sido usados para justificar e sugerir a criação de um espaço para introduzir atividades de Modelagem Matemática na estrutura curricular de Matemática, citamos:

- **O desenvolvimento de aspectos sociais.** O conflito gerado na interação dos indivíduos pode beneficiar mutuamente as pessoas que se encontram em um mesmo nível de desenvolvimento cognitivo, mas que analisam uma determinada situação com perspectivas diferentes. As atividades desenvolvidas em grupos podem proporcionar o desenvolvimento do senso de responsabilidade, a auto-estima, a cooperação e a criticidade. Nestes grupos são valorizadas qualidades sociais, tais como capacidade de negociar, de comunicar-se na linguagem do grupo, de partilhar responsabilidades e de trabalhar em equipe [7].
- **Reconhecimento do papel da Matemática na sociedade.** A Matemática tem sido utilizada como argumento para apresentar sugestões e soluções à problemas políticos e sociais. É encarada como a palavra final em virtude de dados estatísticos e resultados matemáticos, os quais muitas vezes são utilizados como base nas argumentações. Este poder de conter o argumento definitivo é sustentado pelo que denominam de “ideologia da certeza”[5]. Assim, é importante que todo indivíduo conheça e reconheça o papel importante que a Matemática tem na vida, seja ela no âmbito acadêmico, profissional ou social. Em [11] o autor salienta que “se a Matemática é tão importante na sociedade parece natural que no ensino da Matemática se mostre o porquê e como”.
- **Aquisição de conceitos matemáticos e suas aplicações.** As dificuldades encontradas pelos alunos no aprendizado da Matemática ultrapassam os limites do ensino fundamental e médio, chegando ao curso superior. Essa situação acarreta um alto grau de desistência e/ou reprovação nas disciplinas de Matemática e outras que necessitam dos conteúdos matemáticos. Por outro lado, se o aluno não teve a oportunidade durante a sua vida acadêmica, de participar ativamente da elaboração e solução de problemas, coletando dados, sugerindo hipóteses, encontrando a solução, este provavelmente não conseguirá solucionar os problemas encontrados no setor profissional. Assim, é preciso uma educação que incentive a resolução de problemas mostrando onde e como se aplica a Matemática. A aplicação de conceitos matemáticos em situações do dia-a-dia exige que essa capacidade seja desenvolvida e ainda que, devemos trabalhar em sala de aula com “verdadeiras situações problemas” [15]. Segundo [10] uma atividade de Modelagem Matemática pode apoiar os alunos na aquisição e compreensão dos conteúdos matemáticos como também promover atividades e habilidades que estimulem a criatividade e a solução de problemas. Para [12] a apresentação de novos conceitos a partir de situações reais, pode ser uma base concreta para desenvolver os conceitos, como também ter um importante papel motivador.

- **Desenvolvimento do conhecimento reflexivo.** Em [14] o autor afirma que “a Matemática está formatando nossa sociedade” e completa seu pensamento quando nos fala que a Matemática intervém na realidade quando nos oferece não apenas discussões de fenômenos, mas também modelos para a alteração de comportamento. Afirma ainda que agimos de acordo com a Matemática, e diante disto, entende que é necessário desenvolver uma competência crítica nos alunos que possa possibilitá-los a lidar com o desenvolvimento social e tecnológico que estamos presenciando. Essa forma específica de saber está relacionada com uma dimensão do conhecimento, chamada por Skovsmose de conhecimento reflexivo. Este autor afirma que o conhecimento reflexivo se refere “à competência de refletir sobre o uso da Matemática e avaliá-lo” [14].
- **Processos cognitivos desenvolvidos pelos alunos.** De acordo com [9], o conhecimento construído através dos modelos é um saber contextualizado e com significado. O aluno é agente desse processo de construção, onde ele observa, coleta dados, procura soluções e toma decisões. Se o conceito for construído pelo aluno será facilmente resgatado quando necessário. Alguns aspectos cognitivos foram desenvolvidos por um grupo de alunos e observados em [6]: *Compreensão de situações extra-matemáticas, atribuição de significados aos aspectos matemáticos, aplicação de conhecimentos, introdução de novos conceitos, elaboração de estratégias próprias.*

#### COMO UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Em [8] observamos que em um ambiente de ensino e aprendizagem os trabalhos de Modelagem Matemática podem ser desenvolvidos de forma gradativa com os alunos, respeitando diferentes momentos:

- **Momento 1:** abordar com todos os alunos, situações em que está em estudo a dedução, utilização, análise e exploração de um modelo matemático a partir de uma situação problema já estabelecida.
- **Momento 2:** o professor sugere uma situação problema já estabelecida, juntamente com um conjunto de informações, e os alunos realizam a formulação das hipóteses e a dedução do modelo durante uma investigação e, finalmente, validam o modelo encontrado para o problema em estudo.
- **Momento 3:** os alunos, divididos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de modelagem a partir de um problema escolhido por eles, assessorados pelo professor. Uma vez estabelecido o problema, os alunos procedem a coleta de informações e dados necessários para encontrar uma possível solução. O processo de validação do modelo leva o aluno a analisar, tomar decisões, discutir, descobrir, explorar, experimentar o novo.

Este encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, embora não constitua uma prescrição rigorosa, tem-se mostrado bastante adequado na prática em diferentes níveis de ensino.

Conteúdos constantes no programa podem ser, e seria ótimo que sempre fossem, necessários para a solução dos problemas propostos. E é neste momento que o professor apresenta para toda a turma o problema a ser resolvido e os conteúdos necessários para sua resolução, introduzindo assim os conteúdos previstos no programa.

#### ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

Levando em consideração os argumentos que justificam a utilização da Modelagem Matemática no ensino, investigamos seu uso em uma turma do primeiro período do Curso Superior de Tecnologia do CEFET-Pr.

As atividades que serão apresentadas neste ensaio relatam duas experiências desenvolvidas. A primeira, “Lei de OHM” faz parte do segundo momento descrito anteriormente e a segunda atividade, “Comportamento da temperatura no interior de um forno elétrico”, refere-se ao terceiro momento.

#### LEI DE OHM

O tema abordado foi o funcionamento de um circuito elétrico. A conteúdo matemático que se pretendia introduzir com esta atividade foram as funções de 1º grau. A aula foi desenvolvida em um laboratório onde foram disponibilizados alguns equipamentos elétricos para a obtenção dos dados necessários. Os primeiros esclarecimentos sobre o desenvolvimento da atividade foram dirigidos à classe. Na segunda etapa os estudantes trabalharam em grupos. Ao final, os grupos apresentaram os resultados obtidos em forma de seminário.

Um circuito elétrico consiste em: uma fonte de energia, condutores e um dispositivo que utiliza energia elétrica da fonte para realizar algum trabalho. A corrente elétrica, que é um fluxo ordenado de partículas, é representada por  $I$  e sua intensidade, que é a quantidade de elétrons que em movimento ordenado passam, por segundo, em uma seção transversal deste condutor, é medida em ampères (A). Em um material condutor, os elétrons circulam desordenadamente até que uma força externa seja imposta fazendo com que estes passem a ter um movimento ordenado (que é a corrente). Esta força externa é a tensão, cuja intensidade é medida em volts (V) e denotada por  $U$ . Os dois fatores que determinam a quantidade de corrente que flui em um circuito de corrente contínua são a tensão e a característica de condução ou resistência da carga. A resistência é a capacidade que os materiais possuem de resistirem ou se oporem à passagem da corrente elétrica. O resistor é o componente do circuito que limita a passagem da corrente, ou seja, exerce a resistência. A resistência é denotada por  $R$  e sua unidade de medida é Ohms ( $\Omega$ ).

Assim, em um circuito fechado a tensão provoca o fluxo de corrente e a resistência se opõe a este fluxo. Logo, existe uma relação entre a tensão, a corrente e a resistência. Indagamos os alunos com a seguinte questão: *Se existe alguma relação entre a tensão, a corrente e a resistência de um material, qual é esta relação?*

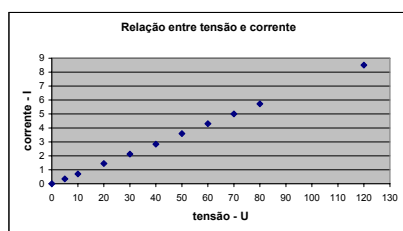
As variáveis definidas para resolução do problema, foram:  $I$  = intensidade de corrente, medida em Ampères (A) e  $U$  = tensão aplicada, medida em Volts (V).

Após discussões foi sugerido que encontrassem um conjunto de dados que expressasse a relação existente entre a corrente e a tensão aplicada em um circuito fechado. A turma dividiu-se em quatro equipes e neste ensaio relatamos o desenvolvimento da equipe quatro, a qual tinha como objeto de pesquisa um circuito fechado representado por um ferro de passar roupas.

A formulação do problema matemático foi realizada pelos alunos em conjunto com a professora: *determinar um modelo matemático que descreva o comportamento da corrente que flui em um circuito, em relação à tensão aplicada e ao resistor do equipamento.*

A partir deste momento, a atividade ficou sob a responsabilidade dos alunos. Para a coleta dos dados os alunos utilizaram uma fonte de tensão, um amperímetro e um voltímetro. Cada equipe, aplicando diferentes tensões no equipamento, obteve um conjunto de dados a partir dos experimentos reais. Os dados constantes na Tabela 1 e representados na Figura 1 apresentam os dados encontrados pela equipe 4.

TABELA 1  
DADOS OBTIDOS PELO GRUPO 4



$U$	$I$
5	0,35
10	0,7
20	1,45
30	2,13
40	2,84
50	3,6
60	4,31
70	5
80	5,73
120	8,5

FIGURA 1  
DADOS OBSERVADOS

Com o objetivo de determinar a relação entre a tensão e a corrente, analisando os dados da Tabela 1, os alunos iniciaram suas discussões. Após as discussões e análise dos dados, foi obtida a relação expressa em (1)

$$I(U) = 0,07xU \quad (1)$$

O grupo concluiu que o tipo de resistência utilizada, isto é, o valor da resistência de cada aparelho provocou a diferença entre aos modelos encontrados por cada grupo. Diante disto obteve-se (2), onde  $k$  é uma constante específica para cada aparelho.

$$I(U) = kxU \quad (2)$$

Após análise do valor da resistência de cada resistor, os grupos encontraram o modelo apresentado em (3).

$$I(U) = \frac{1}{R} U \quad (3)$$

Este é o modelo matemático encontrado, o qual representa o comportamento da corrente que flui em relação à resistência deste aparelho e à tensão aplicada e é conhecido na literatura como Lei de OHM.

O conceito formal de função do primeiro grau foi então apresentado, definindo-se coeficiente linear e angular, e cada grupo determinou o coeficiente angular e linear de sua função linear.

A comparação entre os dados observados e os dados estimados pelo modelo permitiu concluir que o modelo encontrado é bastante satisfatório para descrever o problema em estudo. Este modelo ainda foi utilizado para introdução do conceito de limite de funções.

### COMPORTAMENTO DA TEMPERATURA NO INTERIOR DE UM FORNO ELÉTRICO

A partir da definição do tema o grupo realizou pesquisas referentes a este e obtiveram informações importantes sobre o funcionamento de um forno elétrico. Para o bom funcionamento do forno, é necessário um controle da temperatura, isto é, é preciso que o forno seja desligado quando alcançar temperatura ideal para determinado produto e seja novamente ligado caso ocorrer uma queda grande de temperatura. Para isso é importante que se tenha um dispositivo de controle da temperatura interna do forno. Para construir este dispositivo é preciso entender o comportamento da temperatura neste forno. Assim, o problema matemático em estudo foi *determinar um modelo matemático que represente o comportamento da temperatura do interior de um forno elétrico em relação ao tempo.*

As variáveis envolvidas neste estudo são:  $T$  = temperatura do forno elétrico, medida em graus Celsius, no instante  $m$ ,  $m$  = tempo, medido em minutos e  $n$  = seqüência de intervalo de tempos. Os dados representados na Figura 2 correspondem aos dados observados em um supermercado. Com estes dados pode-se observar que a curva de tendência descreve um comportamento crescente e que tende a estabilizar-se.

Temos como hipóteses que H1- a seqüência  $T_n$  é limitada; H2- a seqüência  $T_n$  é crescente; H3- existe um ponto de estabilidade onde  $T_n \cong T_{n+1}$ .

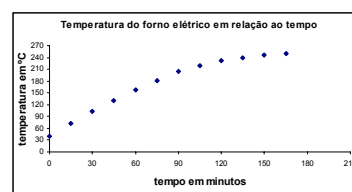


FIGURA 2  
TENDÊNCIA DOS DADOS OBSERVADOS

Como a seqüência  $T_n = \{39, 73, 103, 130, \dots, 250\}$  é crescente e limitada, pode-se afirmar que a mesma converge para um determinado ponto. Assim temos que  $\lim T_n = T^*$ , onde  $T^*$  é o ponto de estabilidade desta seqüência. Para encontrar o ponto de estabilidade utilizou-se um método conhecido como “Método de Ford-Walford” e encontrou-se o ponto de estabilidade  $T^* = 303,1951^\circ\text{C}$ . Após encontrar este ponto de estabilidade, devemos analisar como a temperatura está se comportando em relação ao máximo atingido, isto é, em relação ao ponto de estabilidade no decorrer do tempo. Para isso, analisamos a diferença entre  $T^*$  e  $T_n$ . Esta diferença está representada graficamente na Figura 3.

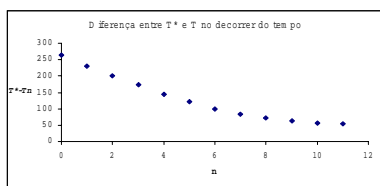


FIGURA 3  
DIFERENÇA ENTRE  $T^*$  E  $T_n$

Analisando esta tendência dos dados, verificou-se que pode-se ajustar estes pontos à uma função exponencial do tipo  $T^* - T_n = a \cdot e^{bn}$ . Assim, a diferença entre o ponto de estabilidade e cada ponto da função foi dada pela função exponencial representada em (4)

$$T^* - T_n = 265,42 \cdot e^{-0,1558n} \quad (4)$$

Considerando o tempo uma variável contínua (t) e como tem-se o valor de  $T^*$ , encontra-se o modelo apresentado em (5)

$$T(t) = 303,1951 - 265,42 \cdot e^{-0,1558t} \quad (5)$$

o qual representa o comportamento da temperatura em relação ao tempo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento das atividades foram registradas pela professora, observações sistemáticas dos trabalhos realizados pelos grupos, e como complemento da observação e dos registros, os alunos responderam questionários e entrevistas.

Observamos que a interação estimulada pelo trabalho em grupo trouxe benefícios para o processo de aprendizagem da Matemática. Verificamos ainda que com atividades de Modelagem no ensino o aluno pode observar a Matemática presente no dia-a-dia, estabelecer relação entre a Matemática e o mundo fora dela, desenvolver habilidades para aplicar os conceitos matemáticos para solucionar problemas e visualizar a aplicabilidade da Matemática escolar na sua vida profissional como também no meio social e político em que vive.

Consideramos que a metodologia aplicada possibilitou um aprendizado mais eficiente, visto que conduz ao estabelecimento de uma conexão entre a Matemática escolar e a Matemática presente em situações do cotidiano.

Levando em consideração os argumentos citados e o cenário em que foi desenvolvida a pesquisa, podemos

concluir que mesmo em um curso regular, com limitações de tempo e conteúdos programáticos, é possível desenvolver as atividades de modelagem e proporcionar grande eficiência no processo de aprendizagem dos alunos.

## REFERÊNCIAS

- [1] ALMEIDA, L. M. W; MARTINS, N., “Modelagem Matemática: uma aplicação usando a merenda escolar”, *Anais eletrônicos do VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática*. Rio de Janeiro, 2001.
- [2] BASSANEZI, R. C. , “Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia”, São Paulo: Contexto, 2002.
- [3] BIEMBENGUT, M. S & Hein, N. “Modelagem matemática no ensino”, São Paulo: Contexto, 2000.
- [4] BIEMBENGUT, M. S. , “Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem da matemática”, Blumenau: Ed. da Furb, 1999, 134p
- [5] BORBA, M. C. ; SKOVSMOSE, O. , “The ideology of certainty”, *For the learning of Mathematics* 17 (3) , pp. 17- 23, 1997.
- [6] CARRERA, S. “Construção e exploração de modelos matemáticos em situações do mundo real envolvendo Trigonometria”, *Quadrante*, v. 2, nº 1, 1993.
- [7] FERNANDES, E.,. “Fazer matemática compreendendo e compreender matemática fazendo: A apropriação de artefactos da matemática escolar.”, *Quadrante*. Vol. 6, nº 1, 2000.
- [8] FERRUZZI, E. C., “Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos superiores de tecnologia”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.
- [9] FRANCHI, R. H. ° L. “Modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia”, *Dissertação de mestrado*. UNESP, Rio Claro. S.P, 1993.
- [10] NISS, M. , “Aims and scope of applications and modelling in Mathematics curricula”, W. Blum et al (eds), *Applications and modelling in learning and teaching Mathematics*. Chichester: Ellis Horwood Limited, 1989.
- [11] NISS. M. , “O papel da aplicação e da modelação na matemática escolar”, *Revista Educação e Matemática*, nº 23, terceiro trimestre de 1992. pp. 1-2. Lisboa, Pt., 1992.
- [12] PONTE, J.P. “A modelação no processo de aprendizagem.”, *Revista Educação e Matemática*, nº 23, terceiro trimestre, pp.15-19. Lisboa, Pt, 1992.
- [13] ROCHA, I.C.B. . “Formação para a exclusão ou para a Cidadania?” *Educação Matemática em revista*, ano 8 – nº 9/10, São Paulo, 2001. pp. 22 –31
- [14] SKOVSMOSE, O. “Educação matemática crítica: a questão da democracia”, Campinas: Papirus, 2001.
- [15] TAVARES, F., “Os modelos matemáticos e o processo de modelação matemática”, *MILLENIUM. Revista do Instituto Superior Politécnico de Viseu*. nº3, 2ª ed., p.30 –35. Junho/1996.