

Matemática Discreta e Ensino Médio

Samuel Jurkiewicz

Programa de Engenharia de Produção – COPPE/UFRJ

Departamento de Engenharia Industrial – EE/UFRJ

jurki@pep.ufrj.br

Introdução

Quando falamos de currículos e ensino, em particular do ensino da matemática, é fácil esquecer o quanto as formas contemporâneas de materialização desses dois objetos é recente. Nossa tendência é olhar para os currículos como fruto de longo amadurecimento e as modificações que porventura neles se façam necessárias como trabalho a ser elaborado sob justificativas estritas (e necessárias) e depois de exaustivo exame dos pressupostos de aprendizado e inter-relação escola-sociedade.

Se por um lado é difícil descartar a justeza desta tendência, é justo também perceber que a formação dos currículos atuais, em especial os de matemática, não se construíram de forma tão consciente. Eles refletem muito mais a evolução dos conceitos matemáticos e seu sucesso em fornecer à sociedade resultados práticos, isto é, soluções para problemas existentes e bases para desenvolvimento tecnológico e científico futuros.

À lenta evolução dos conceitos matemáticos, penosa e minuciosa por sua natureza, contrapõem-se as pressões econômicas e sociais exigindo aplicações e vulgarização de métodos. O processo de apropriação da ciência é mais socioeconômico do que acadêmico e portanto tem sua velocidade determinada por este último.

A escola, elementar, profissional, secundária e mesmo universitária, como a conhecemos, guarda os traços da evolução social, num primeiro momento pós revolução industrial e num segundo momento, pós segunda guerra, quando a ciência passa a fazer parte do programa estratégico das sociedades/países/conglomerados econômicos que almejem a hegemonia e controle de suas áreas de influência.

O parágrafo anterior, longe de nos distanciar do ambiente escolar, enfatiza a escola como ator persistente e importante dos cenários passados, presentes e futuros das modificações sociais. Um olhar, ingênuo que seja, sobre as atitudes do pós (segunda) guerra em países desenvolvidos, mostra o quanto a educação e a escola têm sido utilizadas como vetor estratégico. Não se trata aqui de emitir um juízo de valor quanto às qualidades intrínsecas dos modelos educacionais ou das vantagens (p.ex.) dos modelos franceses sobre os americanos ou

vice-versa, mas de constatar que as sociedades que lograram maior desenvolvimento tecnológico e industrial (o que não é necessariamente uma qualidade) coincidem com aquelas que estabeleceram uma direção definida para seus sistemas educacionais, em particular no que toca ao ensino de ciências e, mais particularmente ainda, ao ensino de matemática.

Nada mais natural, portanto, do que tentar responder à questão: a que objetivos deve responder o ensino da matemática no século XXI ? que tendências se apresentam como emergentes para este ensino ?

Apontamos algumas destas tendências observando características fundamentais de nossa forma de organizar a educação matemática, materializada nos currículos. Os currículos de matemática no ensino fundamental e secundário desenvolveram-se de forma seqüencial e cumulativa. Por seqüencial queremos significar que o percurso percorrido pelos alunos do início da escolaridade até o final do segundo grau reconstitui passo a passo o percurso matemático da humanidade até o século XVIII; por cumulativo assinalamos que o volume de conhecimentos que se supõe que esse aluno deva aprender aumentou à medida que a sociedade foi assimilando mais e mais conceitos e conteúdos em seus aspectos cotidianos, econômicos e sociais.

A característica cumulativa leva a uma já mais do que evidente fadiga do modelo curricular e impõe abordagens pedagógicas e didáticas qualitativamente diversas do que temos praticado; este, no entanto, não é o ponto que abordamos neste texto, embora reconhecendo sua importância e urgência. Nos restringimos portanto à questão sequencial – que conteúdos estão sendo impostos pela sociedade.

Características sequenciais: o que vem a seguir ?

A primeira característica pode agora ser mais detalhada; não só a seqüência de conhecimentos é mantida, como são privilegiados os aspectos que resultaram em aplicações, primeiro no âmbito científico e depois na vida socio-econômica. Estamos nos referindo mais especificamente ao cálculo diferencial e integral.

Não se trata de vilipendiar o cálculo, mas de constatar que o seu sucesso influi decisivamente na formação de currículos. Mais ainda, esses currículos começam a se formar de forma organizada e planejada sob a égide deste sucesso. A ciência dos currículos, no que tange a matemática, não conheceu outra influência de peso do que esta.

A seqüência números naturais – números inteiros – números racionais – números reais (e depois números complexos) aponta de forma decisiva para uma matemática do contínuo. A geometria euclidiana busca um retrato da natureza onde a continuidade é axiomática. A

geometria analítica e o estudo de conjuntos e funções preparam o espírito dos estudantes para as ferramentas básicas da continuidade. O programa é claro, explícito e bem sucedido.

Nunca é demais reforçar que esse sucesso é merecido. A quantidade e qualidade dos resultados da matemática do contínuo possibilitou ao mundo ser o que é hoje – independentemente da valoração filosófica que tenhamos do progresso. Essa matemática soube responder, com louvor, aos desafios impostos pela ciência dos séculos XIX e XX, e ainda vai nos oferecer muito mais. Na verdade, ela é também semente das circunstâncias sociais que produzirão os novos conteúdos. Cabe como dito, perguntar que conteúdos são esses e que circunstâncias apontam para eles.

Antes de abordar o tema, podemos observar que mesmo com o sucesso do cálculo, alguns “estranhos no ninho” já se impuseram. Nomearemos três: a análise combinatória, a probabilidade e estatística (mistos de matemática discreta e contínua) e a álgebra linear. Ressalteemos que pelo menos as duas últimas só começam a freqüentar os currículos de engenharia a partir dos anos 60. Em particular, a álgebra linear e as matrizes já preparam o caminho para as novas abordagens socio-econômico-industriais, a saber, a era do tratamento digital das informações.

Evitamos aqui, com exagerado cuidado talvez, nomear os computadores. O motivo é que embora o computador (principalmente o computador pessoal) seja o ícone irrecusável dessa era, ele é a ferramenta, o veículo para teorias antigas como a geometria, e que, levadas a um refinamento extraordinário precederam e possibilitaram a sua construção.

Os algoritmos já existiam entre babilônios e gregos. O recurso a eles sempre acompanhou o desenvolvimento “nobre” da teoria matemática. As idéias de manuseio mecânico dos cálculos e desenvolvimentos lógicos é um sonho antigo e bastante tentado; ele se torna possível, entretanto, a partir de desenvolvimentos importantes da eletrônica digital (extremamente dependente da matemática do contínuo) mas antes ainda, do trabalho de teóricos como Von Neumann e Turing. Eles projetaram matemática e logicamente o computador antes que ele existisse, antes que a tecnologia para a sua construção existisse.

A algoritmica¹ é hoje uma ciência de primeira necessidade. Não podemos deixar ao acaso o desenvolvimento de habilidades que já são claramente um fator de diferenciação cultural entre classes sociais, entre sociedades e que pode significar a diferença entre uma sociedade desenvolvida e uma comparável a uma sociedade da pedra lascada dos tempos modernos.

¹ Usaremos neste texto o termo “algoritmica” para designar a ciência que estuda a estrutura e desenvolvimento de algoritmos. Tal termo não existe (ainda, que saibamos) em português. Nos parece oportuna a sua introdução.

Não fazemos nenhum juízo de valor; não propomos a introdução de máquinas no jardim de infância (E.T.: o autor tem restrições ao uso indiscriminado de computadores em educação). Mas a algorítmica é parte da matemática e não um manual de uso de computadores. O pensamento algorítmico pode e deve ser introduzido de forma educacionalmente pertinente de maneira a fornecer às sociedades do século XXI, não programadores (embora também), mas cidadãos aptos a viver num mundo onde a cultura dos procedimentos seqüenciais se torna rapidamente um padrão.

Se a algorítmica é uma tendência não só clara como extremamente bem definida, uma outra tendência emerge, e com aspectos históricos e teóricos muito fortes: referimo-nos à matemática discreta.

Poderíamos argumentar que a matemática discreta precede a matemática do contínuo, mas não é este ponto que cabe reforçar. Na verdade, trataremos por matemática discreta àqueles conteúdos mais avançados, cujo desenvolvimento a distancia da citada evolução do cálculo. Curiosamente, essa evolução se dá praticamente a partir do mesmo momento, pelo menos em suas bases ainda menos desenvolvidas.

Citamos a análise combinatória e em seqüência a probabilidade, e a teoria dos grafos (cuja data de nascimento é reputada como sendo 1736 – ano da solução do problema das pontes de Königsberg² por Euler). Podemos ainda juntar a essas a teoria das matrizes.

Todos estes temas e conteúdos matemáticos são hoje alavancados pelas modernas abordagens de gestão, produção, planejamento e distribuição de produção. Essa pressão é fortemente localizada na solução de problemas logísticos da 2ª Guerra Mundial.

Concomitantemente, o desenvolvimento das máquinas digitais permitiu o uso extensivo de métodos discretos para modelar, simular e otimizar situações sociais que antes se configuravam como prescindíveis: tempo de produção, distribuição eficiente de insumos, aproveitamento ótimo de recursos, são alguns exemplos.

A condição primeira de migração de conteúdos para o currículo escolar, a saber, a pressão social, está mais do que amadurecida.

Uma segunda condição seria o consenso das áreas técnicas e científicas da sociedade. Embora para muitos setores destas áreas a matemática discreta permaneça (o trocadilho é inevitável) discreta, a expansão deste consenso parece irreversível. A título de exemplo, a National Science Foundation dos Estados Unidos patrocina um programa de desenvolvimento

² Ver, por exemplo, [Boaventura Netto]

curricular da matemática discreta junto à DIMACS (Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science) da ordem de dez milhões de dólares.

A terceira e mais crítica condição é o preparo do corpo docente. Neste aspecto, em termos nacionais e internacionais, a matemática discreta ainda não é parte do currículo de formação de professores, engenheiros e, para sermos diretos, da maior parte dos matemáticos. Um matemático pode se formar sem nunca ter tido um curso de Teoria de Grafos ou de teoria da complexidade dos algoritmos.

A agenda de inclusão da matemática discreta seria, portanto, semelhante a de tantos conteúdos que foram sendo acrescentados e sedimentados nos currículos: a lenta e paulatina migração da necessidade social para a consagração da literatura didática. Mas se esse processo demorou séculos para cristalizar a sequência consagrada da álgebra e geometria, a álgebra linear não precisou mais do que 20 anos (nos anos 80 poucos cursos de Engenharia nos Estados Unidos a incluíam como tema obrigatório). A expectativa da pressão em torno da matemática discreta já se configura como mais aguda.

Urge, portanto, que com respeito e cuidado, esses conteúdos passem a frequentar os cursos de formação de professores de matemática.

Matemática Discreta em sala de aula

Se os argumentos até agora apresentados são pertinentes, outras características vem se juntar quando se trata de inserir a matemática discreta e sala de aula: ela é uma ferramenta didático-pedagógica poderosa.

Ao longo do tempo cristalizou-se, notadamente no que se refere à Matemática, a tendência a uma pedagogia de “falsa construção de soluções próprias”. Para isso contribuiu a uniformização dos currículos, o aviltamento da profissão de professor e a industrialização do segmento de material didático. Os livros de matemática diferem hoje muito pouco uns dos outros, não só nos conteúdos como na forma de apresentação pedagógica: pequenos fragmentos de conteúdo são apresentados de forma estritamente propedêutica, seguidos de exercícios cuja resposta única resulta de um processo único cuja solução se encontra nas últimas páginas.

Esses processos são coordenados e a uniformidade do livro tem a face, um pouco cruel, de uma de minimizar o papel do professor no processo de aprendizagem. A contrapartida, que sentimos de forma insofismável, é o comportamento correspondente do corpo discente; os alunos procuram saber o que responder e não qual o significado de um problema, o que é uma

solução e qual o valor da elaboração de um processo de obtenção e avaliação de uma (entre muitas) respostas.

Ressalve-se, é claro, que esse procedimento é muitas vezes contornado pela qualidade intrínseca de um professor e/ou de um grupo discente particular. Mas o processo social é claro e suas marcas na sociedade são visíveis – e não somente no Brasil.

Sem ser um remédio para todos os males, coisa que certamente não existe, os problemas combinatórios tem características que podem favorecer uma atitude diversa da atitude caracterizada acima. Por sua natureza enumerativa discreta, e sem abandonar características analíticas sempre desejáveis em um processo matemático, os problemas combinatórios :

- São de compreensão acessível.
- São abordáveis por processos algorítmicos.
- Nos casos exponenciais, embora tenham solução, esta é inabordável computacionalmente.
- São largamente aplicados em situações de comunicação, transporte e alocação de recursos – temas tradicionalmente ausentes das aplicações clássicas do Cálculo diferencial, mais voltado para a ciência de laboratório.

A utilização desta classe de problemas para um estudo de novas abordagens dos conceitos de solução por alunos e professores pode portanto oferecer novos caminhos e alternativas para os impasses levantados no início deste parágrafo. Algumas experiências nesse sentido já foram realizadas, entre as quais destacamos [Casey] [Culbertson] [COMAP]. Entre várias experiências estruturadas, já funciona há 5 anos o DCI [DIMACS-DCI], que reúne anualmente professores secundários e pesquisadores dos para formação e capacitação em teoria dos grafos, com ênfase na educação.

Bibliografia

- [Boaventura Netto] Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos, Editora Edgard Blucher Ltda., 2^a. ed., 2001
- [Casey] Nancy Casey, Megamath, sítio Internet, <http://www.c3.lanl.gov/mega-math/>
- [Culbertson] Joseph Culbertson, Colorfull Math, sítio Internet <http://web.cs.ualberta.ca/~joe/Coloring/>
- [DIMACS-DCI] The DIMACS Connect Institute, sítio Internet, <http://dimacs.rutgers.edu/dci/>
- [COMAP] Consortium for Mathematics and its Applications, sítio Internet, <http://www.comap.com/>