COPA DO MUNDO DE FUTEBOL 2006:

A Matemática entra em campo

Bragança, B.[1] - brunob@uai.com.br
Magedanz, A.[2] - magedanza@simbr.com.br

Brasil – "País do Futebol", de uma seleção temida e pentacampeã, de um povo que tem nesse esporte a grande paixão nacional, onde qualquer objeto serve para improvisar um "golaço" e um papel amassado se transforma numa bola bastante disputada. Depois do jogo vem o *replay* e pelas esquinas conversas acerca de lances, jogadas e resultados. E a segunda-feira? Dia de ir com a camiseta do time do coração por baixo do uniforme (seja na escola ou no trabalho). Sim, ser Pelé, Ronaldinho Gaúcho, Ronaldo, Romário e tantos outros, é o sonho da maioria dos garotos. E a cada quatro anos? Uma grande festa – COPA DO MUNDO – quando toda uma população se transforma, todos viram técnicos de futebol.

2006 – ano da 18ª Copa do Mundo, competição criada pelo francês Jules Rimet, em 1928, após ter assumido o comando da instituição mais importante do futebol mundial: FIFA (Federation International Football Association). Como não levar um assunto tão "popularmente" conhecido para a sala de aula? Por que deixar de discutir um tema "idolatrado" pela maioria de nossos alunos? Parafraseando um conhecido ditado: "Futebol, futebol, escola à parte", por quê?

Explorar conhecimentos geográficos a partir dos países integrantes das chaves que disputam o título; Discutir a influência histórica na organização das Copas – Por que entre os anos de 1942 e 1946 a competição foi suspensa? – Analisar a disputa dos jogos como um fator social, econômico, cultural... Apontar aspectos científicos presentes na preparação antes, durante e depois do campeonato, desde a dieta balanceada dos jogadores em campo até o material utilizado na confecção dos uniformes de cada seleção; Traçar um comparativo seqüencial destacando a "evolução tecnológica futebolística"[3]; Enfatizar conceitos matemáticos inclusos em cada partida ou no campeonato como um todo... Inúmeras situações relacionadas a esse tema inserem-se naturalmente ao sistema educacional, independente da área de conhecimento. Mas, como a Copa do Mundo acontece a cada quatro anos, o assunto não está explícito nos livros intitulados didáticos, o que exige do professor associar essas informações ao conteúdo (re)conhecido como "tradicional".

---

[1] Graduado em Matemática pela FAFIC/FUNEC (2003) e pós-graduado em Matemática Superior (2004) pela mesma instituição, agora Centro Universitário, onde atua como professor, cargo que ocupa também numa escola privada na cidade de Timóteo/MG.

[2] Graduada em Matemática pela UNIVATES/RS (2000) e pós-graduada em Ensino de Matemática pela mesma Instituição (2005). Atualmente (2006) é professora em escolas da rede municipal e estadual de Imigrante/RS, além de coordenadora pedagógica e administrativa da Secretaria de Educação do mesmo Município.

[3] Copa da França – 1938 – inaugurou as transmissões de rádio; Copa da Suíça – 1954 – inaugurou as transmissões de TV; Copa da Alemanha – 2006 – provavelmente ficará conhecida como a primeira "Copa Digital da História".

O objetivo desse texto, fruto do Curso de Extensão a Distância, Tendências em Educação Matemática – ênfase em Modelagem Matemática, oferecido pela Universidade Estadual de São Paulo – UNESP, no período de 22/03/2006 a 07/06/2006, é elencar possibilidades de inter-relacionar Matemática e Futebol. Especificamente, instigar o raciocínio formal a partir de conhecimentos informais que um campeonato de futebol apresenta implicitamente. Em ano de Copa do Mundo, a idéia é construir modelos possíveis de conexão entre a matemática escolar e a matemática futebolística. Assim, descrevemos abaixo: a presença da Matemática nos gramados de futebol.

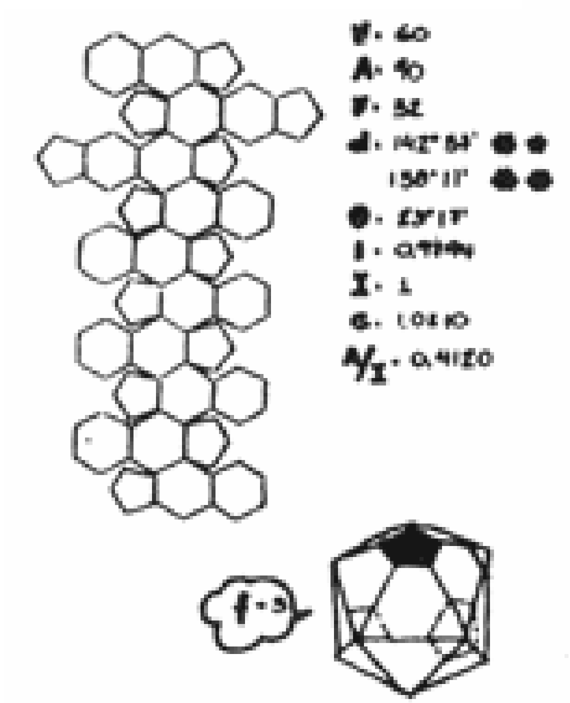
1. Poliedros e Futebol[4]

(Luis Márcio P. Imenes e José Jakubovic)

Nas aulas de Geometria costumamos pedir aos nossos alunos que construam poliedros de cartolina. Esta é, sem dúvida, uma tarefa importante para um bom aprendizado da Geometria. Também podem ser construídos, de cartolina, o cilindro e o cone. Dizemos então que os poliedros, o cilindro e o cone têm superfícies planificáveis.

Não podemos construir uma superfície esférica desta maneira, pois esta não é planificável. E este não é um problema que afeta somente os matemáticos. As fábricas de bola de futebol também são atingidas por ele!

Observe esta bola de futebol: 



Trata-se de um poliedro inflado. Tal poliedro é o icosaedro truncado, que possui 60 vértices, 90 arestas e 32 faces, sendo 12 pentagonais e 20 hexagonais. Nos desenhos ao lado temos a planificação do icosaedro truncado.

De que maneira devemos seccionar (truncar) um icosaedro para obter aquele icosaedro truncado? Quem diria: até chutando bola estamos envolvidos com os poliedros!

O *software* Poly (disponível para *download* em http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/software/softw.htm) pode ser aproveitado na planificação dos poliedros.

---

4 Artigo intitulado ***Poliedros, abelhas, arquitetura e ... futebol***, Publicado pela Revista do Professor de Matemática nº 03, disponível em Cd-rom.

2. Prevendo quantas copas ocorrerão

A copa do mundo é realizada de 4 e 4 anos. Podemos dizer então que, se nenhuma guerra e/ou desastre mundial acontecer, no século XXI ocorrerão 250 copas. Pura Matemática!

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow 2998 = 2002 + (n-1) \cdot 4 \Rightarrow 4n = 1000 \Rightarrow n = 250$$

3. Grupos da Copa do Mundo 2006

Aconteceu no dia 09/12/2005, em Leipzig, Alemanha, o sorteio que definiu os grupos das 32 seleções do torneio. A composição ficou assim:

Grupo A Alemanha Costa Rica Polônia Equador	**Grupo B** Inglaterra Paraguai Trinidad e Tobago Suécia	**Grupo C** Argentina Costa do Marfim Servia e Montenegro Holanda	**Grupo D** México Irã Angola Portugal
Grupo E Itália Gana Estados Unidos República Checa	**Grupo F** Brasil Croácia Austrália Japão	**Grupo G** França Suíça Coréia do Sul Togo	**Grupo H** Espanha Ucrânia Tunísia Arábia Saudita

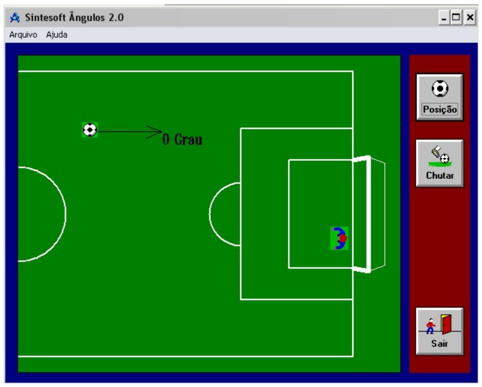
O sorteio, cujo resultado está descrito acima, foi transmitido ao vivo por inúmeros meios de comunicação. Mas: Qual era a probabilidade do Brasil sair no mesmo grupo da Argentina? De quantas maneiras diferentes poderiam ser formados os grupos? Interpretações matematicamente previsíveis antes do dia do sorteio...

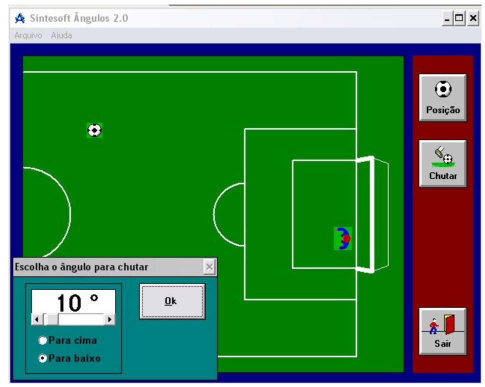
4. Ângulo formado num chute a gol

"O atacante concentra-se para a cobrança da falta. Tiro livre direto. Prepara o chute mortal e... GOOOOLLLL!!!!!!!"

Mas, qual é a relação angular existente entre o chute e a direção da bola ao gol? Qual o ângulo formado?

O software "Sintesoft ângulos 2.0" pode ser usado para ilustrar a angulação dos chutes a gol. Veja as imagens a seguir:





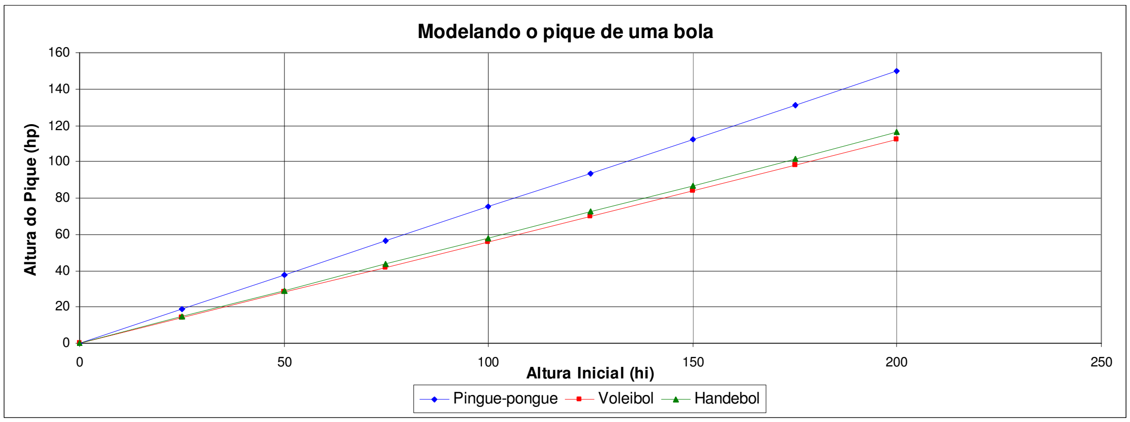
5. Regulamento, pontuação, saldo de gols...

Interpretar a linguagem do regulamento de um campeonato. Organizar uma tabela de acompanhamento do desempenho dos times (modelos já existentes nos meios de comunicação).

6. Pique da bola

Relacionar o “pique” de uma bola com a altura inicial de "lançamento" (ou a altura de retorno do "pique" em função da distância inicial do solo)... Representar as relações encontradas no plano cartesiano. Encontrar uma representação matemática para o resultado (Qual o percentual da altura inicial que representa o pique?) e fazer previsões da altura de retorno do pique para dados lançamentos (ainda em tempo – neste estudo foram desconsiderados fatores que influenciariam no resultado, tais como: material de que a bola é feita, tipo de piso...)... Neste trabalho envolvendo funções, o software *GraphMath* (disponível para *download* em: http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/software/softw.htm) poderia ser utilizado ou, até mesmo, a planilha de cálculos (tanto do *Excel* quanto do *OpenOffice*).

As representações abaixo foram construídas a partir da experiência prática com três bolas distintas – pingue-pongue, voleibol e handebol – e o *software* utilizado foi *Excel*.



7. Um algoritmo para ver o futebol sob novos ângulos[5]

Utilizar as funções do software Juiz Virtual (disponível para *download* em http://www.visgraf.impa.br/juizvirtual/index.htm) que, conforme explicam os autores, "permite criar um ambiente tridimensional a partir de uma imagem estática de um jogo de futebol, bastando que nela sejam indicadas as traves e as marcações do campo (pontos de referência), e também, as posições da bola e dos jogadores (pontos de objetos). Com os pontos de referência é possível, então, determinar a posição original da câmera e 'movê-la' para um ponto mais favorável, que permita uma melhor observação da jogada (para determinar, por exemplo, se houve ou não impedimento)".

8. Gol???? Sim ou não

Um colega professor[6] está trabalhando num artigo sobre o uso de sensores para verificar se a bola entrou no gol ou não no futebol. O caráter que ele está dando é no sentido de usar a técnica de trilateração, ou seja, de como determinar a posição de um ponto no espaço.

[5] Disponível no site http://www.comciencia.br/reportagens/modelagem/mod10.htm
[6] Ex-professor do curso de graduação e de pós-graduação de Adriana Magedanz, uma das autoras desse artigo.

9. O campo de futebol – um possível modelo gráfico

Será possível representar um campo de futebol, com todas as suas “marcas”, desde o retângulo que representa o campo até o ponto central que determina a saída da bola no início do jogo – passando pelos cantos de escanteio, limitações das goleiras, pequenas e grandes áreas, marcas de pênalti, “meia lua” das grandes áreas, círculo central e reta divisória de campo – a partir de um plano cartesiano?

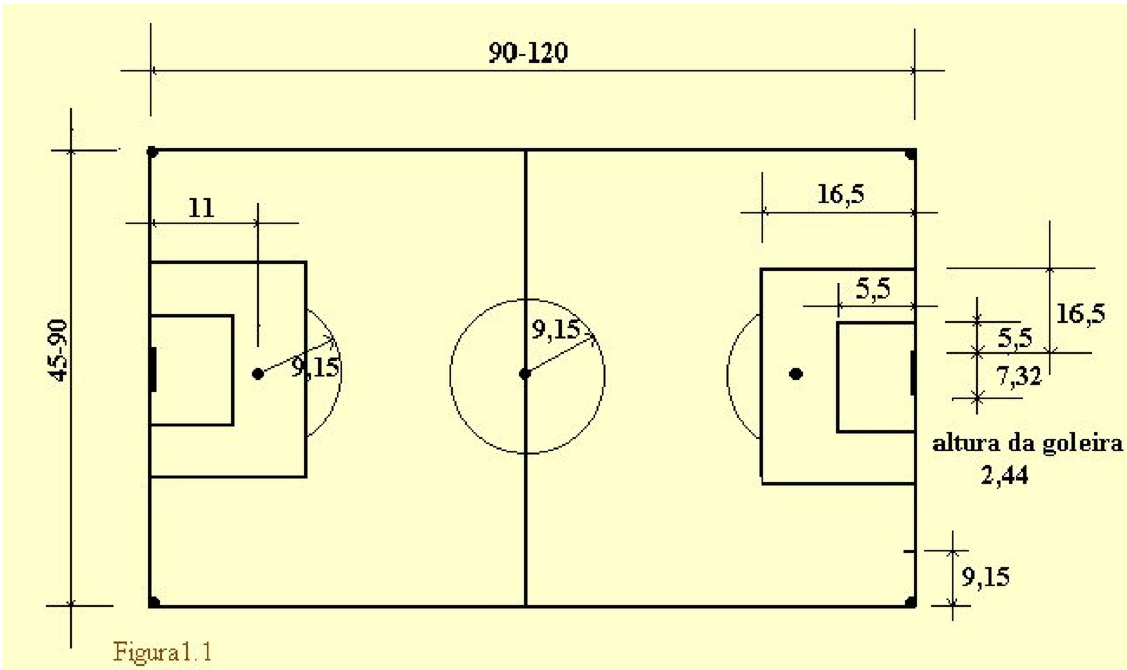


IMAGEM: http://www.unijui.tche.br/defem/materialprofessores/PedroAPB/esportes/dados_sobre_o_campo_de_futebol.htm

Esboçar uma imagem em escala, ilustração acima, num eixo de coordenadas bidimensional, obedecendo as medidas oficiais e envolvendo inúmeros conceitos da Matemática (inequações, intervalos reais, funções...) é possível (e extremamente fácil) com auxílio do *software* matemático *GraphEquation* (disponível para *download* em: http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/software/softw.htm).

A seguir, apresentamos uma simulação dos procedimentos necessários para a construção proposta, tomando por base o *software* citado, uma verdadeira representação gráfica de um campo de futebol.

9.1. Modelando graficamente um campo de futebol para Jogos Internacionais no software GraphEquation:

9.1.1. Caracterizando o campo de futebol

- DIMENSÕES DO CAMPO

Um campo de futebol é retangular e deve ter um comprimento mínimo de 90m e o máximo de 120m. A largura deverá ser de 45m no mínimo e de 90m no máximo.

- DIMENSÕES EM JOGOS INTERNACIONAIS

Quando uma equipe tem de participar num jogo de uma competição internacional, o comprimento do campo deve ser de 100m no mínimo e de 110m no máximo. Neste tipo de jogos, a largura do recinto de jogo deverá ter um mínimo de 64m e um máximo de 75m.

- LIMITES DO CAMPO

O campo de jogo é retangular dividido por duas partes através de uma linha central. Durante a realização da partida, a bola deve ser jogada dentro dos limites do campo. No meio, existe uma circunferência com um raio de 9,15m, tendo uma pequena marca circular no centro, onde deve ser dado o pontapé de início de jogo.

- BALIZAS

As balizas de um campo de futebol estão situadas no meio da linha mais recuada do campo, a uma distância eqüidistante das bandeirolas e devem ter 7,32m de largura entre os postes e 2,44m de altura.

- GRANDE ÁREA

A grande área é a zona do campo próxima da baliza delimitada por um retângulo, que tem a dimensão de 16,5m de largura e 40,32m de comprimento. O guarda-redes somente poderá jogar a bola com as mãos na zona da grande área, caso contrário, o mesmo é admoestado com uma falta.

- PEQUENA ÁREA

A pequena área é também retangular e tem dimensões mais reduzidas, estando inserida na grande área. Esta zona tem uma largura de 5,5m e um comprimento de 18,32 m.

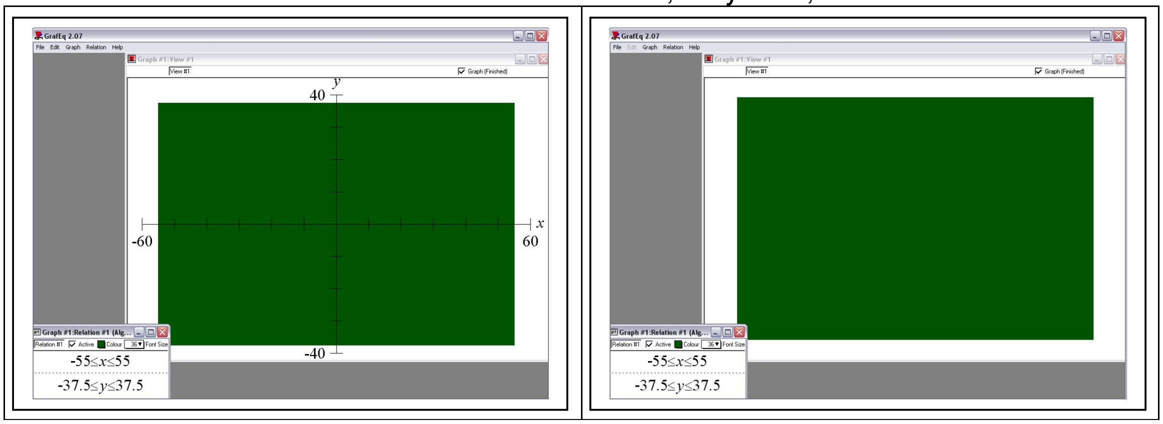
FONTE: http://www.galpenergia.com/Futebol+Positivo/Futebol+Positivo/Regras+de+Futebol/default.htm

9.1.2. Utilizando o *software GraphEquation*

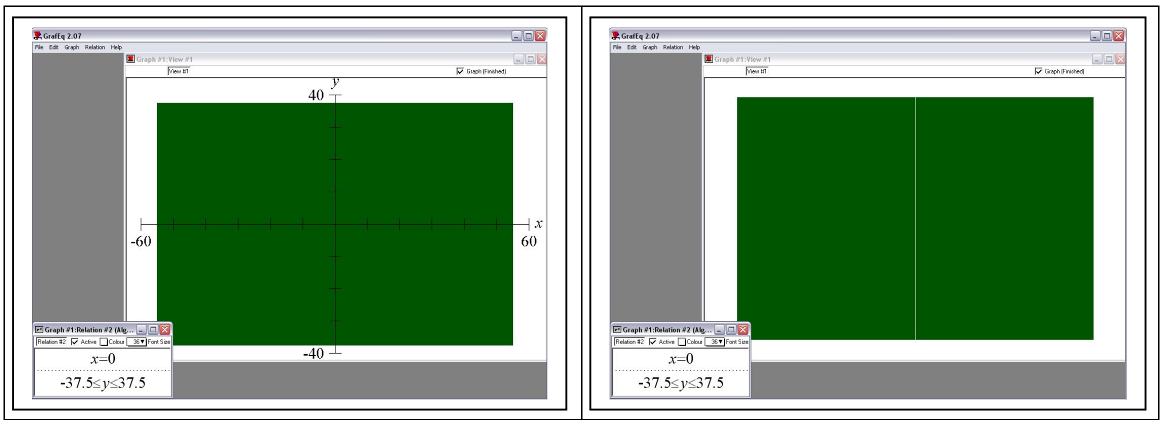
Medidas: *Comprimento:* 110 m; *Largura*: 75 m

Produto Cartesiano (A x B) sendo A = [-55; 55] e B = [-37,5; 37,5]

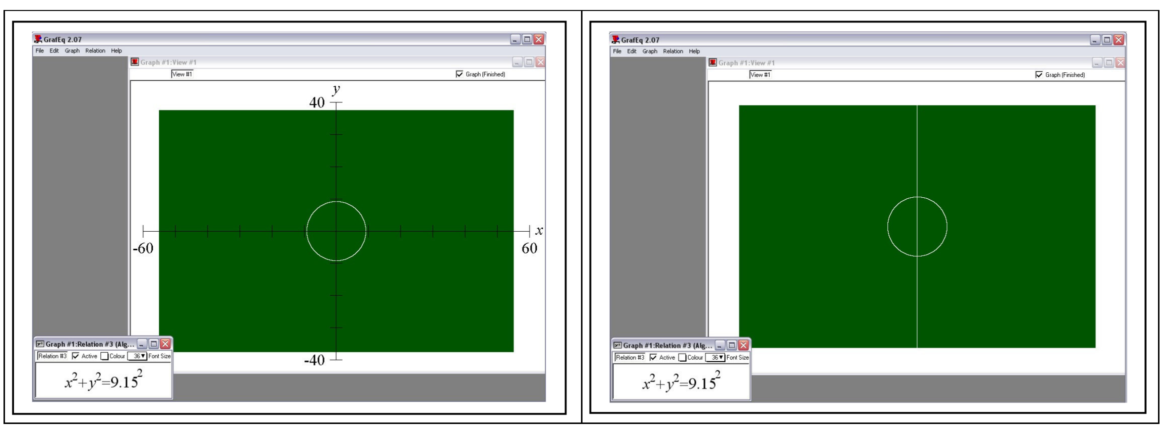
Assim: $-55 \leq x \leq 55$ e $-37{,}5 \leq y \leq 37{,}5$



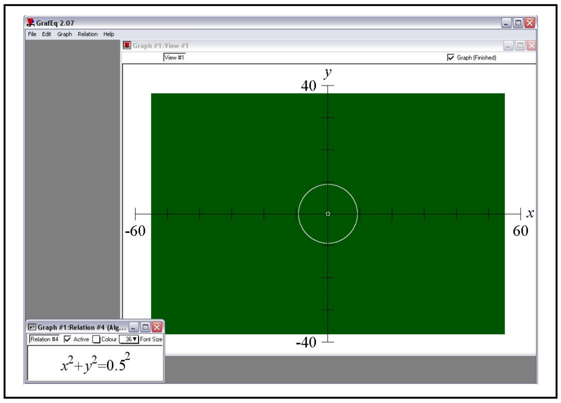
Linha Central (divisória de campo): Reta x = 0 (eixo y) com $-37{,}5 \leq y \leq 37{,}5$

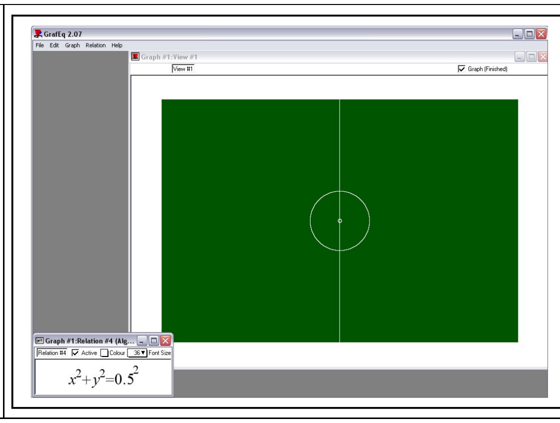


Círculo Central: Equação da circunferência: $x^2 + y^2 = 9{,}15^2$



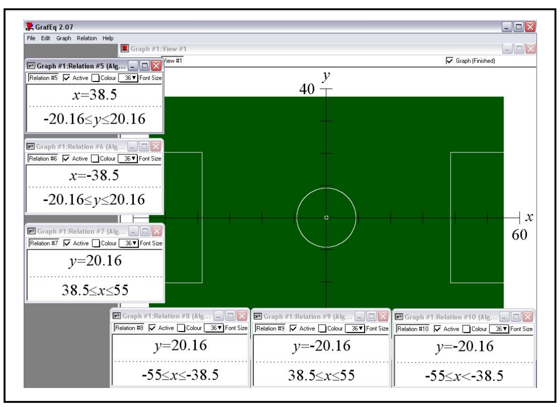
Marca central, início do jogo: Equação da Circunferência: $x^2 + y^2 = 0{,}5^2$

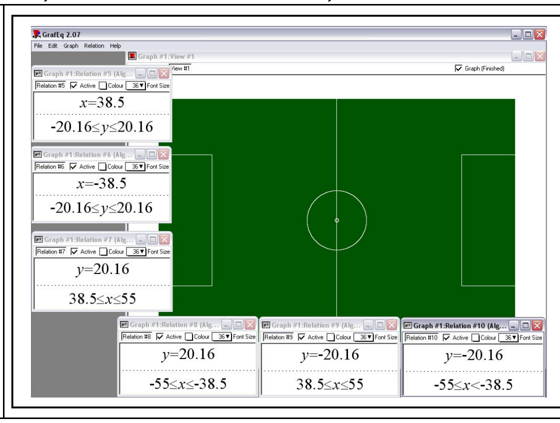




Grandes áreas: Equações da reta:

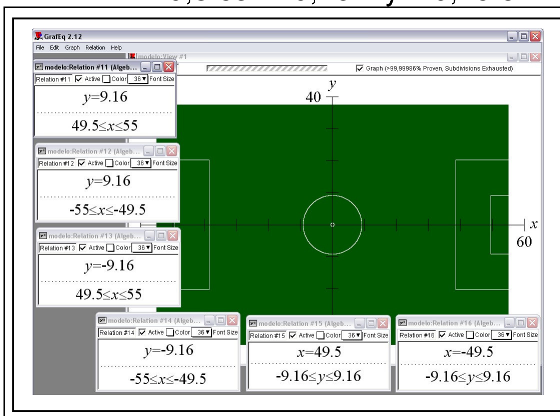
x = 38,5 com -20,16 ≤ y ≤ 20,16 e x = -38,5 com -20,16 ≤ y ≤ 20,16
y = 20,16 com 38,5 ≤ x ≤ 55 e y = -20,16 com 38,5 ≤ x ≤ 55
y = 20,16 com -55 ≤ x ≤ -38,5 e y = -20,16 com -55 ≤ x ≤ -38,5

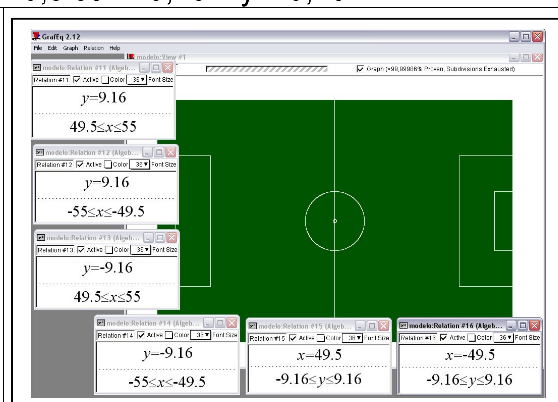




Pequenas áreas: Equações da reta:

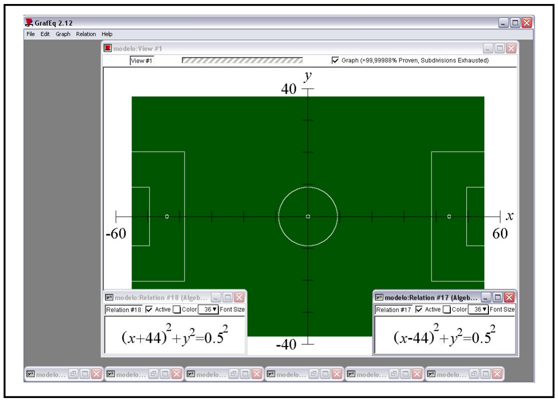
y = 9,16 com 49,5 ≤ x ≤ 55 e y = -9,16 com 49,5 ≤ x ≤ 55
y = 9,16 com -55 ≤ x ≤ -49,5 e y = -9,16 com -55 ≤ x ≤ -49,5
x = 49,5 com -9,16 ≤ y ≤ 9,16 e x = -49,5 com -9,16 ≤ y ≤ 9,16

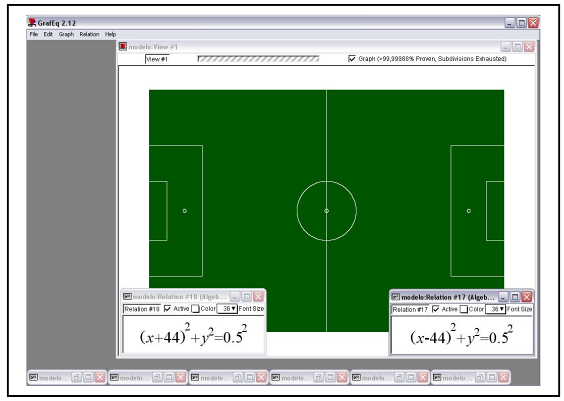




Marcas do Pênalti: Pontos P = (-44 , 0) e Q = (44 , 0)

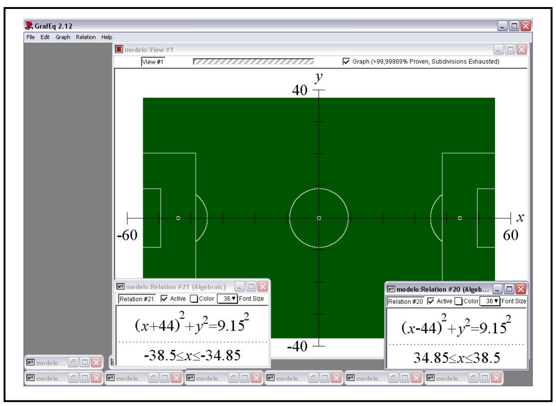
Assim: P: $(x+44)^2 + y^2 = 0{,}5^2$ e Q: $(x-44)^2 + y^2 = 0{,}5^2$

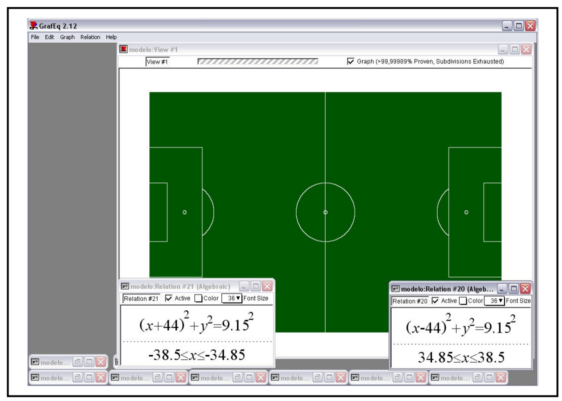




Meia Lua: Equações da circunferência:

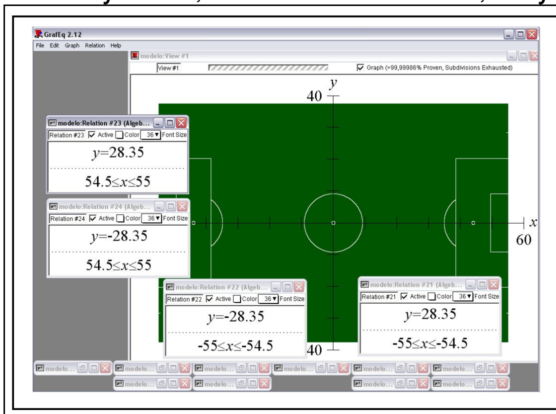
$(x - 44)^2 + y^2 = 9{,}15^2$ com $34{,}85 \leq x \leq 38{,}5$
$(x + 44)^2 + y^2 = 9{,}15^2$ com $-38{,}5 \leq x \leq -34{,}85$

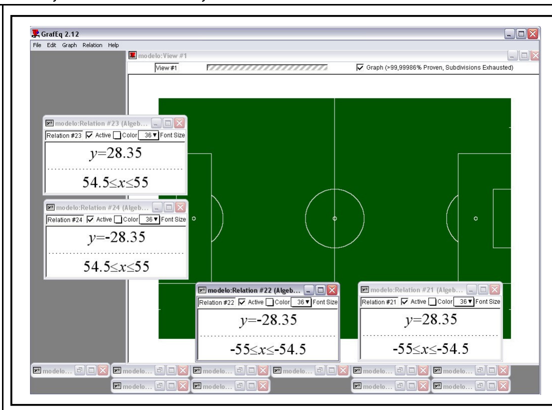




"Distância do jogador na cobrança do escanteio": Equações da reta:

$y = 28{,}35$ com $-55 \leq x \leq -54{,}5$ e $y = 28{,}35$ com $54{,}5 \leq x \leq 55$
$y = -28{,}35$ com $-55 \leq x \leq -54{,}5$ e $y = -28{,}35$ com $54{,}5 \leq x \leq 55$





Marca do córner: Equações da circunferência:

$(x - 55)^2 + (y + 37,5)^2 = 1^2$ com $54 \leq x \leq 55$ e $-37,5 \leq y \leq -36,5$
$(x - 55)^2 + (y - 37,5)^2 = 1^2$ com $54 \leq x \leq 55$ e $36,5 \leq y \leq 37,5$
$(x + 55)^2 + (y + 37,5)^2 = 1^2$ com $-55 \leq x \leq -54$ e $-37,5 \leq y \leq -36,5$
$(x + 55)^2 + (y - 37,5)^2 = 1^2$ com $-55 \leq x \leq -54$ e $36,5 \leq y \leq 37,5$

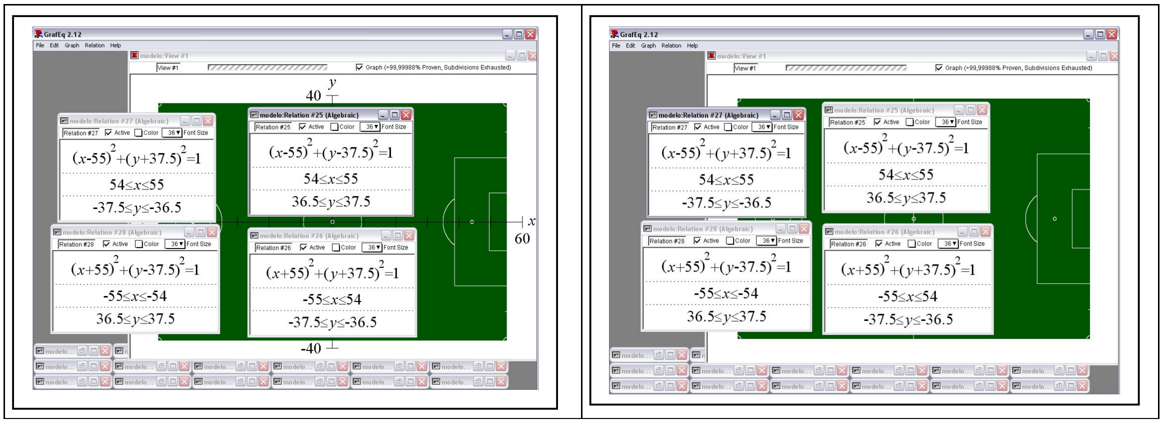
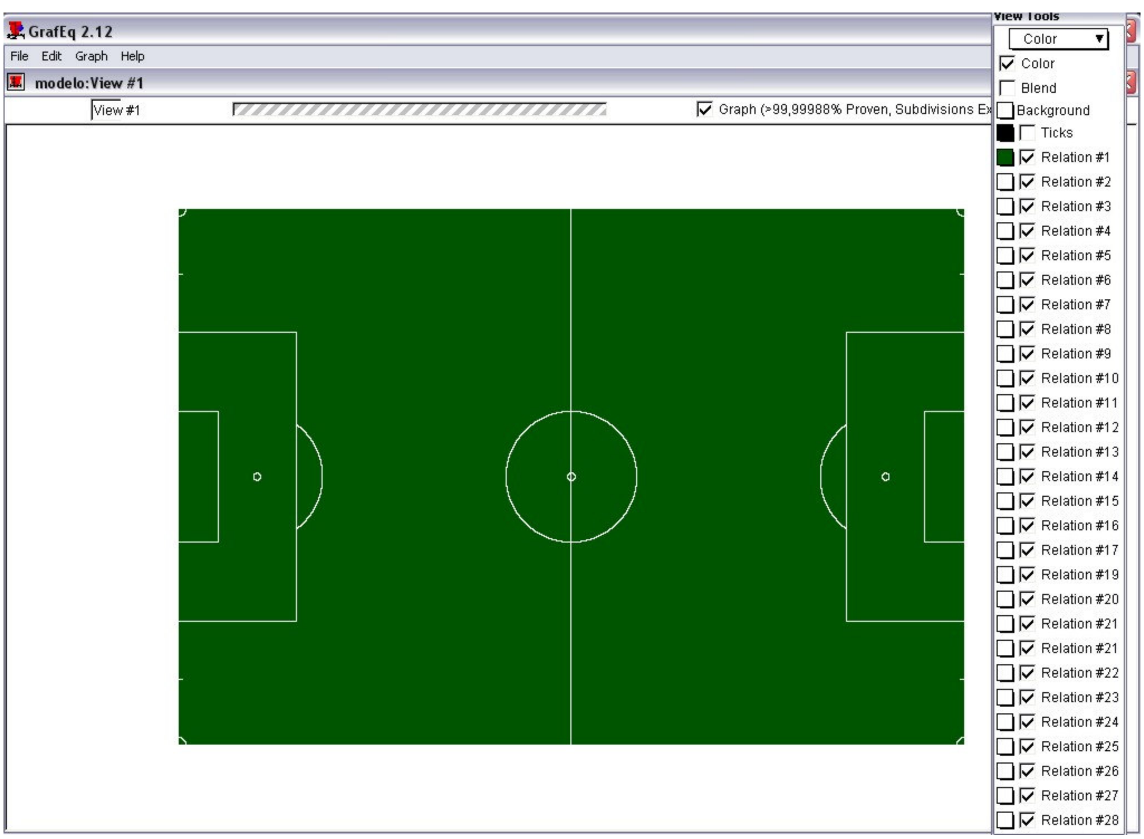


Imagem do modelo gráfico do campo de futebol:
Origem – software GraphEquation



DO CAMPO DE FUTEBOL PARA A SALA DE AULA
ou será
DA SALA DE AULA PARA O CAMPO DE FUTEBOL

RELATANDO UMA EXPERIÊNCIA[7]

Alunos remexendo-se nas carteiras, murmúrios por toda sala. Uma turma de primeiro ano, do ensino médio noturno, incomodada com o incompreensível. Dezenove mentes pensantes, dezoito olhares confusos. Uma voz que tenta aliviar angústias e estimular entendimentos: plano cartesiano, pontos, retas, circunferências, intervalos, funções... Um conjunto de conteúdos matemáticos inclusos no programa curricular de qualquer escola. E, de repente, a mesma voz aflita pela compreensão coletiva divaga em alto e bom tom, uma grande indagação ecoa pela sala:

- Como ficaria um campo de futebol representado num plano cartesiano?

"O centro do campo, poderia ser o ponto de origem (0 , 0)." – É a primeira sugestão anunciada, e ela acontece quase que simultaneamente ao momento da pergunta. A partir daí, opiniões, tentativas, certezas, conhecimentos (principalmente no que se refere às dimensões oficiais do tapete verde, o palco do espetáculo futebolístico)... cálculos rápidos e precisos acerca de pontos necessários ao alicerce da construção. Não existe mais locução única e exclusiva, são dezenove pesquisadores em busca de uma teoria matemática convincente relacionada a um objeto de estudo [até então] banal, simplório, omisso, indigente, ator coadjuvante de um cenário onde a valorização e o fascínio são expressos basicamente por movimentos artísticos do corpo em companhia da bola e não pela estagnação simbolizada por um campo de futebol.

A equação de cada uma das retas limítrofes constituintes do campo, os intervalos necessários na representação de tais limitações, as definições dos pontos centrais das circunferências e/ou arcos destas, cada uma das partes presentes e justificadas pelas regras que regem o futebol de campo, tudo detalhadamente assinalado, matematicamente representado, graficamente desenhado e, por fim, o caminho de volta: com auxílio das tecnologias, especificamente do software GraphEquation[8], cada uma das simbologias matemáticas utilizadas na sala de aula, o modelo criado para cada um dos detalhes deste conjunto formador da grande arena esportiva, tudo passa pelo crivo da linguagem computacional. O paradigma campal imóvel, estacionário, inerte dá lugar a idéia de uma glamourosa animação, tanto gráfica-translacional quanto cinética-ambiental.

E novas idéias surgem dentre os dezenove matemáticos integrantes da equipe: "E uma quadra de basquete? De voleibol? De futebol de salão?... Como ficariam modelados matematicamente?" Interesse momentâneo? Reconhecidamente utópico? Talvez... Quem sabe? "Aprender a aprender", e isto por hora nos basta.

---

[7] Registro transcrito pela professora Adriana Magedanz, uma das autoras do artigo, detalhando a experiência da aplicação de um Projeto de Modelagem Matemática, desenvolvido ao longo da realização do Curso de Extensão a Distância, Tendências em Educação Matemática – ênfase em Modelagem Matemática, oferecido pela Universidade Estadual de São Paulo – UNESP, no período de 22/03/2006 a 07/06/2006

[8] Disponível para *download* em: http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/software/softw.htm

ALGUMAS REFLEXÕES...

A proposta descrita neste texto não se encerra aqui, apenas utilizamo-nos desta escrita para deixar como registro a experiência vivenciada diante do desafio lançado à turma de um curso a distância[9], já citado anteriormente. Uma das tarefas indicadas no cronograma de tal curso era a escolha de um tema e o desenvolvimento de um projeto de modelagem matemática a distância, em duplas, dentro do tema escolhido.

Após a definição das duplas (logo nos primeiros encontros), passamos à fase de buscas acerca de um tema para nosso projeto. Escolha feita: "Copa do Mundo – Matemática e Futebol" , criamos nossa primeira versão do trabalho, uma espécie de *download* de idéias, e, a partir dos arquivos descarregados, buscamos extensões executáveis (torcendo sempre para que nenhuma fosse vírus).

Levantamos inúmeras questões acerca da matemática e o futebol e, depois de tantas possibilidades, demo-nos conta de que não tínhamos certeza do "foco" de nossa pesquisa, qual o rumo deveríamos tomar diante de tantas opções elencadas??? Paralisamo-nos neste momento e concluímos que faríamos NADA daquilo que planejávamos.

A decisão pelo "foco" surgiu em forma de *insight*. E, de comum acordo, decidimos utilizar (de toda a pesquisa acumulada – ou seja, de todo o texto aqui apresentado, com exceção do item 9) apenas o tema do projeto: "Matemática e Futebol". Modelamos matematicamente as dimensões (e marcações) de um campo de futebol com auxílio do *software GraphEquation*, conforme a descrição e as ilustrações do último item de nossa escrita, o item 9.

Certamente a dificuldade na definição do foco, deu-se diante da escolha de um tema muito abrangente. Mas, a experiência adquirida na exploração de conceitos "futebolístico-matemáticos" foi riquíssima e originou um casamento entre Modelagem Matemática e Informática. Tais tendências, explícitas na educação conectada num mundo denominado "pós-moderno", indicam rumos diferentes no processo ensinar-aprender dentro do ambiente escolar.

Na ciência de que não existem verdades absolutas e que as respostas são sempre provisórias, limitamo-nos em avaliar nossa prática como produtiva, satisfatória, repleta em tecnologias, encharcada de conhecimentos e propícia para o momento (HOJE).

(Re)Estruturar algumas relações dentro da escola, visando a modernização conceitual da expressão: "A escola tem a finalidade de educar os jovens, preparando-os para a vida." – talvez esse deveria ser o objetivo central à busca por capacitação dos professores, visando a efetiva incorporação de novas metodologias e posturas em sala de aula.

---

[9] Curso de Extensão a Distância, Tendências em Educação Matemática – ênfase em Modelagem Matemática, oferecido pela Universidade Estadual de São Paulo – UNESP, no período de 22/03/2006 a 07/06/2006

Referências Bibliográficas

Brasil (BR) – CULTURA. Disponível em: <http://www.brasilchannel.com.br/brasil/index.asp?area=cultura>. Acesso em: 10 abril 2006.

COPA DO MUNDO DA ALEMANHA – Rumo ao Hexa. Disponível em: <http://globoesporte.globo.com/ESP/Noticia/0,,AA1164596-5187,00.html>. Acesso em: 10 abril 2006.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA & NOVAS TECNOLOGIAS. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/software/softw.htm>. Acesso em: 24 maio 2006.

FUTEBOL POSITIVO. Disponível em: <http://www.galpenergia.com/Futebol+Positivo/Futebol+Positivo/Regras+de+Futebol/default.htm>. Acesso em: 24 maio 2006.

GLOBALTECH – Ciência, Tecnologia e Inovação. **Jornal Zero Hora**, Porto Alegre, 08 maio 2006. Caderno Especial.

HAETINGER, C. Uso de sensores [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <magedanza@simbr.com.br> em 09 março 2006.

História da COPA DO MUNDO. Disponível em: <http://www.suapesquisa.com/educacaoesportes/historiadacopa.htm>. Acesso em: 10 abril 2006.

MAGEDANZ, A. **COMPUTADOR E ESCOLA: Implicações pedagógicas num processo interdisciplinar**. Lajeado: UNIVATES, dezembro 2005. Monografia.

MODELAGEM MATEMÁTICA o contido e o residual. Disponível em: <http://www.comciencia.br/reportagens/modelagem/mod01.htm>. Acesso em: 10 abril 2006.

RPM - IME - USP. **Revista do Professor de Matemática** - de 1 à 52 + índice. São Paulo-SP, 2004. CD-ROM. Produzido por SBM (Sociedade Brasileira de Matemática)

TÓPICOS DE MATEMÁTICA DO ESPORTE. Disponível em: <http://www.unijui.tche.br/defem/materialprofessores/PedroAPB/esportes/dados_sobre_o_campo_de_futebol.htm>. Acesso em: 24 maio 2006.